أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة قلقيلية

The Effect of Teaching Mathematical Proficiency Program on Achievements and Mathematical Thinking of the ٧th Basic Grade Students in Qalqeelia Governorate

صلاح ياسين، وإيناس رضوان
Salah Yaseen & Inas Radwan

الملخص

هدفت هذه الدراسة إلى تقصي أثر برنامج تعليمي باستخدام البراعة الرياضية في التفكير والتحصيل الرياضي، واستخدمت الباحثة المنهج التجريبي والتصميم شبه التجريبي، وطبقت الدراسة على عينة تم اختيارها بطريقة قصديه حيث تكونت العينة من (٦٩) طالبة من طالبات مدرسة الشهيدة فاطمة غزال الأساسية للبنات، وتم تقسيم عينة الدراسة إلى مجموعتين، مجموعة تجريبية درست باستخدام برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية، والأخرى ضابطة درست بالطريقة الاعتيادية، وتكونت أداة الدراسة من اختبارين، احدهما تحصيلي في مادة الرياضيات، والآخر لاختبار التفكير الرياضي، وتوصلت الدراسة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية في التحصيل والتفكير الرياضي للمجموعة التجريبية، ووجود علاقة دالة إحصائياً بين التحصيل والتفكير الرياضي لدى طالبات الصف السابع الأساسي في المجموعة التجريبية، وأوصت الدارسة بضرورة تدريب معلمي الرياضيات بإعداد دورات تدريبية على التعليم وفق البراعة الرياضية كطريقة تدريس، لما لها من نتائج ايجابية على العملية التعليمية.

Abstract

This study aimed to identify the Effect of an Educational Instructional Program based on mathematical proficiency in thinking and mathematical achievement. The researcher used the experimental method and quasi-experimental design, and the study was conducted on an intentionally chosen sample consisted from (٦٩) female students from Martyr Fatima Ghazal Basic School. The study sample was divided into two groups, experimental group taught using an Educational Instructional Program based on Mathematical Proficiency, and the other is a control group taught using the traditional teaching methods. The study tool consisted of two tests, achievement test in mathematics, and mathematical thinking test. The study concluded that there are statistically significant differences in the achievement and mathematical thinking of the experimental group, also there exist statistically significant relation between achievement and mathematical thinking among the seventh grade

students in the experimental group. The study recommended training of mathematics teachers by preparing training courses on teaching according to mathematical proficiency as a method of teaching because of its positive results on the educational process.

مقدمة الدراسة:

تعد الرياضيات من العلوم المهمة والتي لا يستغني عنها أي فرد مهما كانت ثقافته أو كان عمره لأنها تشغل حيزاً مهماً في الحياة مهما كانت درجة رقيها. فالرياضيات في المجتمع تأخذ أهميتها النسبية من مجتمع لآخر تبعاً لتقدم هذا المجتمع وتعقد حياته التي تحتاج إلى واسطة لكثير من الأمور كالقياس والترتيب وبيان الكميات والمقادير والأزمان والمسافات والحجوم والأوزان والأموال وغيرها.

وبالرغم من أن الرياضيات مادة مشوقة، تميل النفس إلى دراستها والبحث فيها إلا أنها في كثير من الأحيان تكون حجر عثرة أمام الكثيرين. وذلك بسبب عدم الدراية الكافية بأصولها ونظرياتها وقوانينها، فهي كما ذكر جاوس "ملكة العلوم وخادمتها " كونها تؤدي دوراً جليلاً بين المناهج الدراسية في التعليم والحياة العملية (أبو عمة، ٢٠٠٥).

وتعد مادة الرياضيات من الركائز الأساسية لأي تقدم علمي، ومن أكثر المواد الدراسية أهمية وحيوية لما تحتويه من معارف ومهارات تساعد الطلبة على التفكير السليم والبنّاء لمواجهة المواقف المتنوعة، وتحتل هذه المادة مكانة رفيعة ومتقدمة بين المواد الدراسية الأخرى لعدة أسباب من أهمها مساعدة الطلبة في دراسة مواد أخرى خاصة العلوم التطبيقية زيادة على مالها من تطبيقات سواء كانت مباشرة أو غير مباشرة في مواقف الحياة المتمايزة (أبو عميرة، ١٩٩٦).

ونشأ جيل اليوم في واقع تتغلغل فيه الرياضيات في هذا العالم المتطور والمتغير، فالتقنيات القائمة في البيوت والمدارس وأماكن العمل مبنية على المعرفة بالرياضيات، وموضوعات الرياضيات تلوح في الأفق وفي الصحف والمجالات اليومية. وعلى كل من يريد أن يكون عضواً فعالاً في المجتمع أن يفهم أساسيات الرياضيات. فأهداف تعليم الرياضيات في العقدين الأخيرين تغيرت، فأصبح لا ينظر إلى التحصيل الدراسي بأنه الهدف الرئيس لتعليم الرياضيات، بل تحوّل الاهتمام بإعداد فرد قادر على توظيف واستخدام المعرفة الرياضية في معترك الحياة (أبو الرايات، ٢٠١٤). فالنجاح في سوق العمل يتطلب ما هو أكبر من البراعة الحسابية، وهذا يحتاج أيضاً القدرة على تطبيق الرياضيات في حل المشكلات وتجاوز الصعوبات.

ففي الفترة بين ١٩٥٠ و١٩٦٠ عرفت الحركة الجديدة أن النجاح في تعلم الرياضيات يكون في المقام الأول من خلال فهم البُنى المجردة والأفكار الموحدة للرياضيات، إضافةً للتركيز على الرياضيات الحديثة، وليس فقط المهارات في إجراء العمليات الحسابية، ولكن مع تدني مستوى الطلبة التحصيلي في الرياضيات وقلة ارتباطها بالحياة الواقعية، لذا نشأت حركة تؤمن بأن النجاح في الرياضيات يعني القدرة على أن نحسب بدقة وسرعة وإتقان، وهذه الحركة تدعى حركة العودة إلى الأساسيات ولكن عدم الاتفاق على هذه الأساسيات أحدث تغيرات دورانية من بلد لأخر (عبيد، ٢٠٠٤).

وقام المجلس القومي لمعلمي الرياضيات عام ١٩٨٩ بنشر وثيقة معايير المناهج والتقويم الخاصة بالرياضيات المدرسية، والتي تحث على تعلم الرياضيات وإعطاء الطلاب فرصة لتنمية الدرجات العليا من البراعة الرياضية.

وتوصل بولر وجرينو(Boaler and Greeno, ٢٠٠٠) إلى أن طلاب المرحلة الثانوية الذين أنجزوا بنجاح دراسة مقررات عليا في مادة الرياضيات لا يحبوا ولا يخططوا لاستمرار دراستهم أي لا يتمكنوا من البراعة الرياضية، كما لاحظا أنّ تعليم الرياضيات لطلاب بالطريقة الاعتيادية يحد من حب الاستطلاع لديهم، وبالتالي تقتصر فكرة البراعة الرياضية على الطلبة المتميزين.

ولهذا أولت الهيئات والمنظمات العالمية والدول المتقدمة تعليم الرياضيات جسامة خاصة حيث حظيت مناهج الرياضيات فيها بمكانة عالية واهتمام زائد، وحرص للتأكد من سلامة الإجراءات التدريسية خلال تعليمها في مدارسنا وجودة نواتجها ومخرجاتها، والدليل على ذلك تمسكها في المشاركة في الاختبارات الدولية التي تزودها بمعلومات حول تحصيل طلبتها في الرياضيات ومقارنة نتائج تحصيلهم مع نتائج تحصيل نظرائهم في بقية دول العالم كالبرنامج الدولي لتقيم الطلبة Programme for International Studen Assessment (PISA) والذي يركز على مجالات القراءة والرياضيات والعلوم، وكذلك دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلومTrends In International Mathematics and Science Study(TIMSS).

إذ أن التفكير الرياضي يمثل أعقد أنواع السلوك الإنساني؛ يأتي في أعلى مستويات النشاط العقلي، فالإنسان يتعلم أكثر ما يتعلمه عن طريق التفكير والذي يرتبط دوماً بحل مشكلة ما، وقد تم تحديد السبل التي تكفل تعلم الرياضيات بنجاح حيث تشمل كل جوانب الخبرة والبراعة والمعرفة بالرياضيات (المعثم والمنوفي، ٢٠١٠، ص٧).

ولهذا ظهرت مفاهيم جديدة من أهمها البراعة الرياضية Mathematical Proficiency وهو مصطلح تم اختياره من قبل لجنة التعلم الرياضية التي وضعها المجلس الوطني للبحوث في مطلع القرن الحادي والعشرين لالتقاط ما يعنيه تعلم الرياضيات بنجاح وتم وصفها في خمسة مجالات لتعلم الرياضيات التي تعتبر بالغة الأهمية لتنمية قدرات التلاميذ وذلك بتأهيلهم عقلياً وعلمياً وتجعل الفرد أكثر وعياً لما يجري حوله وتمكينه من العيش بشكل واعي وناجح، فهم يتقنون رياضياً: الاستيعاب المفاهيمي (فهم)، والطلاقة الإجرائية (حوسبة)، والبراعة الإستراتيجية (تطبيق)، والاستدلال التكيفي (المنطق)، والنزعة الرياضية المنتجة (المشاركة). وهي تعبر عن متطلبات نجاح الفرد فيتعلّم الرياضيات، إذ حددت الطرق التي تكفل تعلم الرياضيات لأي شخص بنجاح، والوصول إلى الهدف الرئيس الذي تسعى الرياضيات المدرسية إلى تحقيقه وهو البراعة الرياضية National Research Council (NRC)، وقد ظهر هذا المصطلح عام ٢٠٠١ على يد كل من كلباترك وآخرين (Kilpatrick, Safford, Findell, 2001) ليشير إلى المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة عالية، واستيعاب المفاهيم والعمليات الرياضية، وذلك من خلال التفكير المنطقي والتأملي والتفسير والتبرير وتمثيل وصياغة المشكلات الرياضية التي تواجه المتعلم، ليصل إلى أن الرياضيات مادة مفيدة ولها قيمة ويستخدمها بثقة تامة.

إن تعليم الرياضيات تعليماً جيداً ليس أمراً يسيراً، فهو عمل شاق، مثير يتطلب من المتعلم استعدادات خاصة كالانتباه والتركيز والصبر والتذوق الجمالي للأرقام والأنماط وقوة في التفكير المنطقي والتخيل والتساؤل والجهد والمثابرة. ويتطلب من المعلم كسب عقل المتعلم وتحبيب الرياضيات وجعلها ممتعة والتركيز على المحاكمة العقلية وعلى الروابط والعلاقات وتعزيز الاستنتاج العقلي والقدرة على التعامل مع الأفكار المجردة (محسن، ٢٠٠٧).

فالتفكير الرياضي هو التفكير المصاحب للفرد في مواجهة المشكلات والمسائل الرياضية في تجربة لحلها، وتحده عدة اعتبارات تتعلق بالعمليات العقلية التي تتكون منها عملية الحل والعمليات المنطقية التي تتكون منها عملية حل مسائل متعددة الأنواع والعمليات الرياضية (الخطيب، ٢٠٠٩)، ولقد حثت معايير منهاج الرياضيات المدرسية لعام ٢٠٠٠على تنمية التفكير الرياضي وعُدّ هدفاً لابد أن يتحقق لدى جميع الطلبة في جميع المراحل National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, ٢٠٠٠).

وبناء على ما تقدّم، فقد أتت هذه الدراسة لتنمية التفكير الرياضي والتحصيل من خلال برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية لدى طلبة الصف السابع الأساسي.

مشكلة الدراسة وأسئلتها:

نبعت مشكلة الدراسة من النتائج الحديثة للدراسات في تدريس الرياضيات المدرسية التي طُبِقت ووجود ضعف وقصور في أبعاد البراعة الرياضية لدى الطلبة في وحدة التناسب الطردي والتناسب العكسي، وقد اتضح للباحثة هذا الضعف والتدني من خلال خبرتها لسنوات متعددة في مجال التعليم لحلول الطالبات للمسائل في هذه الوحدة، حيث وجدت الباحثة أن حلول الطالبات تتسم بالإجرائية أي حفظ خطوات الحل وتطبيقها، دون حل للمشكلات التي بها استيعاب مفاهيمي أو استدلال أو كفاءة إستراتيجية، وإنَّ معظم الطالبات لا يدركنّ أهمية الرياضيات في حياتهنّ أو دراستهنّ للمواد الأخرى، وأن الأسلوب الشائع المتبع لدى الكثير من المعلمين في التدريس هو الإلقاء المباشر والعرض للمعلومات وغالباً ما تخلو من الأسئلة ذات المستويات العليا من التفكير.

خاصة في الوحدات الأخيرة المقررة مثل وحدة التناسب الطردي والعكسي موضوع هذا البحث في منهاج الرياضيات للصف السابع الأساسي من الفصل الدراسي الأول حيث لا تعطى القدر والاهتمام الكافي من قبل المعلمين ويقتصر تدريسها في معظم الأحيان على الطريقة الاعتيادية في التدريس! لهذا كان لا بد من التنوع في أساليب التدريس واستخدام طرق وإستراتيجيات تعليمية تسهم في تعلم وتعليم أفضل للرياضيات.

وتعاني طرق التدريس وكتب الرياضيات المدرسية من التركيز على حفظ الحقائق وعدد الإجراءات والتركيز على السرعة والدقة على حساب الفهم؛ فالطالب غير قادر على المضي قدماً وتعلم متقدم أكثر للموضوعات دون إتقان أول مهارة معينة أو موضوع معين نتيجة لهذا الأسلوب (Oakes et al., ٢٠٠٣; Spencer, ٢٠٠٦; Stein, Remillard, & Smith, ٢٠٠٣).

ويحتاج الطلبة لفهم الإجراءات، ولفهم الروابط بين مختلف المفاهيم الرياضية وتطوير حل المشكلات (NRC, ٢٠٠١). والبراعة الرياضية تتوقف على اكتساب تقدم خطي من الحقائق وقرارات الطلبة (Jacobs, Franke, Carpenter,& Battey , ٢٠٠٧).

ومن خلال الاطلاع على الدراسات التي بحثت في واقع تعليم الرياضيات في فلسطين والتي كان من نتائجها التدني الملحوظ في مخرجات التعليم، واستناداً إلى نتائج دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم (TIMSS,٢٠١١) فقد حصل طلبة فلسطين على ترتيب متأخر في تحصيل الرياضيات بين الدول المشاركة في دراسة عام ٢٠١١، مما يشير إلى تدني مستوى الأداء التحصيلي لطلبة فلسطين بشكل عام.

كما أن ندرة الدراسات التي اهتمت بالبراعة الرياضية وتنميتها وتطويرها عند الطلبة في تدريس الرياضيات أدت إلى ضرورة قيام الباحثة بهذا البحث من أجل استقصاء أثر برنامج قائم

على البراعة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي، وبناءً على ذلك تم تحديد مشكلة الدراسة في الإجابة عن السؤال الرئيس الآتي:

ما أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة قلقيلية؟

وتتطلب الإجابة عن هذا السؤال الرئيس، الإجابة عن الأسئلة الفرعية الآتية:

١. ما أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة قلقيلية؟

٢. ما أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التحصيل لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة قلقيلية؟

٣. ما العلاقة بين التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي والذين درسوا وفق البرنامج التعليمي القائم على البراعة الرياضية؟

أهمية الدراسة:

لعلّ أهمية الدراسة تعود بشكل عام إلى مقدار ما تسهم به البراعة الرياضية من مراعاة الفروق الفردية بين الطلبة في جانب التحصيل والتفكير الرياضي. فإتقان الرياضيات قد يمكّن الفرد من التعامل مع التحديات الرياضية في الحياة اليومية وربما تمكنه من مواصلة دراسة الرياضيات في المرحلة الثانوية وما بعدها. لقد ركزت الكثير من بحوث تعليم الرياضيات على واحد أو اثنين فقط من جوانب المعرفة الرياضية لدى الطلبة على الرغم من أن بعض الباحثين درسوا كلاً من المعرفة النظرية والإجرائية، وبدأ قليل منهم الربط بينها وعلى سبيل المثال الربط بين ما يمتلكه الطلبة من مهارات وقدرات رياضية وقدرة على إعداد المشكلات وحلها. وباستخدام مجموعة واسعة من المعلومات التي تضمنت نتائج البحوث في تعليم الرياضيات جنباً إلى جنب مع تجارب المؤلفين والمعرفة كالرياضيات تم إيجاز مكونات الرياضيات الناجحة للتعلم والتعرف على البراعة الرياضية بمكوناتها الخمسة (NRC, ٢٠٠١).

وتكمن أهمية الدراسة في أنها:

١. استخدمت برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في العملية التعليمية لزيادة التحصيل في الرياضيات وتنمية التفكير الرياضي والارتقاء بمستوى القدرة العقلية.

٢. أضافت دراسة علمية تقدم مفهوم البراعة الرياضية ومكوناتها في ظل الدراسات العربية القليلة التي تناولتها، وتحديد أبعادها وكيفية قياسها وتقويمها مما يفيد الباحثين والمشرفين ومعلمي الرياضيات.

٣. تكمن أهمية هذه الدراسة من موضوعها، حيث أن مفهوم البراعة الرياضية يعد هدفاً رئيساً للنجاح في تعلم الرياضيات وتسعى إليه مناهج الرياضيات في كل منطقة.

٤. زيادة الاهتمام بالبراعة الرياضية والتدريب عليها في دورات إعداد معلمي الرياضيات.

٥. إن فاعلية البراعة الرياضية تسمح بالاستفادة منها بحسب سرعة استيعاب الطلبة أي يمكن الاهتمام بالفروق الفردية لدى الطلبة.

٦. قد تفيد مصممو المناهج في ضم مكونات البراعة الرياضية في مناهج الرياضيات.

أهداف الدراسة:

تهدف هذه الدراسة إلى:

١. التعرف على أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في تنمية التفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة قلقيلية.

٢. التعرف على أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التحصيل لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة قلقيلية.

٣. تعرف العلاقة بين التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي.

٤. تصميم دروس تعليمية في وحدة التناسب الطردي والتناسب العكسي للصف السابع الأساسي قائمة على البراعة الرياضية.

فرضيات الدراسة:

للإجابة عن أسئلة الدراسة تم صياغة الفرضيات الآتية:

١. لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq$ ٠.٠٥) بين متوسطي درجات المجموعة الضابطة (التي تدرس بالطريقة الاعتيادية) والمجموعة التجريبية (التي تدرس وفق برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية) في اختبار التفكير الرياضي.

٢. لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة($\alpha \leq$٠. ٠٥) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية (التي تدرس وفق برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية)والمجموعة الضابطة (التي تدرس بالطريقة الاعتيادية) في اختبار التحصيل الرياضي.

٣. لا يوجد علاقة ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq$٠. ٠٥) بين درجات اختبار التحصيل ودرجات اختبار التفكير الرياضي لطالبات المجموعة التجريبية (التي تدرس وفق برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية).

حدود الدراسة:

التزمت الباحثة في هذه الدراسة بالحدود التالية:

الحدود الموضوعية: تقتصر هذه الدراسة في تعميم نتائجها بتطبيقها على وحدة التناسب الطردي والتناسب العكسي المقررة لطلبة الصف السابع الأساسي من كتاب الرياضيات للفصل الدراسي الأول.

الحدود الزمنية: تقتصر هذه الدراسة في تعميم نتائجها بتطبيقها خلال الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦م.

الحدود البشرية: تقتصر هذه الدراسة في تعميم نتائجها بتطبيقها على عينة قصدية الدراسة على طالبات الصف السابع الأساسي، إذ تم اختيار شعبتين من مدرسة الشهيدة فاطمة غزال الأساسية للبنات لتطبيق البرنامج القائم على البراعة الرياضية عليهن.

الحدود المكانية: تقتصر هذه الدراسة في تعميم نتائجها بتطبيقها في مدرسة الشهيدة فاطمة غزال الأساسية للبنات – قلقيلية.

وتتحدد نتائج الدراسة بصدق الأدوات وثباتها وخصائص أفراد العينة والأساليب الإحصائية المستخدمة.

مصطلحات الدراسة:

تعتمد الدراسة التعريفات الآتية لمصطلحاتها:

أولاً: البراعة الرياضية (Mathematical Proficiency): هي إحدى نواتج تعلم الرياضيات والتي يطلق عليها الإتقان في الرياضيات (بابا وبراون، ٢٠١٢)، وهو مصطلح أطلق عليه اسم البراعة الرياضية من قبل لجنة التعلم الرياضية التي وضعها المجلس الوطني للبحوث لمعرفة ما يعنيه تعلم الرياضيات بنجاح وتم وصفه في خمسة مجالات بالغة الأهمية (NRC, ٢٠٠١)، وتقاس من خلال الدرجة التي تحصل عليها طالبة الصف السابع في اختبار البراعة الرياضية الذي قامت الباحثة ببنائه خصيصاً لأغراض هذه الدراسة.

ثانياً: مكونات البراعة الرياضية (The Strands of Mathematical Proficiency) تمثل مكونات البراعة الرياضية خمسة عناصر هي: الاستيعاب المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، والبراعة الإستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والنزعة الرياضية المنتجة، إن هذه العناصر ليست منفصلة عن بعضها ولكنها متداخلة بشكل أساسي (Kilpatrick, Swafford, & Findell ٢٠٠١, p. ١١٦).

- **الاستيعاب المفاهيمي Conceptual Understanding:** يعني استيعاب المفاهيم والعمليات والعلاقات الرياضية.

- **الطلاقة الإجرائية Procedural Fluency:** هي المهارة في تنفيذ إجراءات حل المسألة الرياضية بمرونة ودقة وبشكل فعال وعلى نحو مناسب.

- **البراعة الإستراتيجية Strategic Competence:** تعني القدرة على صياغة المشكلات الرياضية غير المألوفة بطرق متعددة وتمثيلها وحلها.

- **الاستدلال التكيفي Adaptive Reasoning:** وتعني القدرة على التفكير المنطقي والتأملي والشرح والتفسير والتبرير.

- **النزعة الرياضية المنتجة Productive Disposition:** وتعني ميل المتعلم ورغبته لرؤية الرياضيات كمادة مفيدة ونافعة وجديرة بالاهتمام، إلى جانب الإيمان بالاجتهاد والبراعة الشخصية.

ثالثاً: التفكير الرياضي: يعرفه أبو زينة (٢٠١٠) بأنه عملية بحث عن معنى في موقف أو خبرة ذات علاقة بسياق رياضي، إذ يتمثل الموقف في أعداد أو رموز أو أشكال أو مفاهيم رياضية، ويُقاس إجرائياً في هذه الدراسة بالدرجة التي تحصل عليها طالبة الصف السابع الأساسي في اختبار التفكير الرياضي المعدّ لأغراض الدراسة.

رابعاً: التحصيل الدراسي: هو ما يحصل عليه الفرد المتعلم من معلومات وفق برنامج معّد يهدف إلى جعل المتعلم أكثر تكيفاً مع الوسط الاجتماعي الذي ينتمي إليه، بالإضافة إلى إعداده للتكيف مع الوسط المدرسي بصورة عامة (كاسب، ٢٠١٥).

ويُقاس إجرائياً في هذه الدراسة بالدرجة التي تحصل عليها طالبة الصف السابع الأساسي في اختبار التحصيل الدراسي المعدّ لأغراض الدراسة.

الإطار النظري:

تناول الإطار النظري الخلفية العلمية النظرية ذات الصلة بموضوع الدراسة، والتي تدور حول البراعة الرياضية وتعريفها، وأبعادها، وأهدافها، ومكوناتها، وكيف يتم تنميتها، إضافة إلى وصف التفكير والتحصيل الرياضي.

البراعة الرياضية:

إن الناشئة هم غرس الأمس، ونبات اليوم وثمرات المستقبل وإذا لم يجد الغرس العناية فان الثمار ستكون مريضة لا خير فيها، ولهذا فان مدى الاهتمام بهم يعد المؤشر الحقيقي لوعي الأمة بمستقبلها.

وبعد مراجعة لجنة الدراسات في مركز التربية التابع للمجلس القومي للبحوث في الولايات المتحدة الأمريكية للأبحاث في علم النفس المعرفي وتعلم الرياضيات، وذلك بهدف تحليل الرياضيات التي نتعلمها، اتضح أن الإنسان يحتاج اليوم المعرفة الرياضية والفهم والمهارات التي أطلق عليها اسم البراعة الرياضية، كهدف أساسي ينبغي أن تسعى الرياضيات المدرسية إلى تحقيقه وهذا بالضبط ما يعنيه النجاح في تعلم الرياضيات فمصطلح البراعة يشمل كل جوانب الخبرة والبراعة والمعرفة بالرياضيات، فهناك العديد من المحاولات التي هدفت لفهم طبيعة البراعة الرياضية، حيث تم تجزئة عمليات تعليم الرياضيات إلى الفهم المفاهيمي والمعرفة الإجرائية، فالفهم المفاهيمي يجعل مهارات التعلم تتم بسهولة وكفاءة عالية، وكذلك استخدام الإجراءات والخوارزميات وفهم المفاهيم الرياضية يلعب دوراً جوهرياً في البراعة الرياضية من وجهة نظر معظم التربويين الباحثين(NRC, 2001).

كما حددت اللجنة خمسة مكونات للبراعة الرياضية والتي تراها جينفر (Jennifer, ٢٠٠٧) متشابكة ومترابطة ومتفاعلة معًا:

١. **الاستيعاب المفاهيمي:** إن فهم المفاهيم الرياضية، والموضوعات، والعمليات، والعلاقات بطريقة متكاملة تسمح للطلبة لربط الأفكار الجديدة إلى معرفة مسبقة (مثل: مفهوم النسبة، وخواص النسبة).

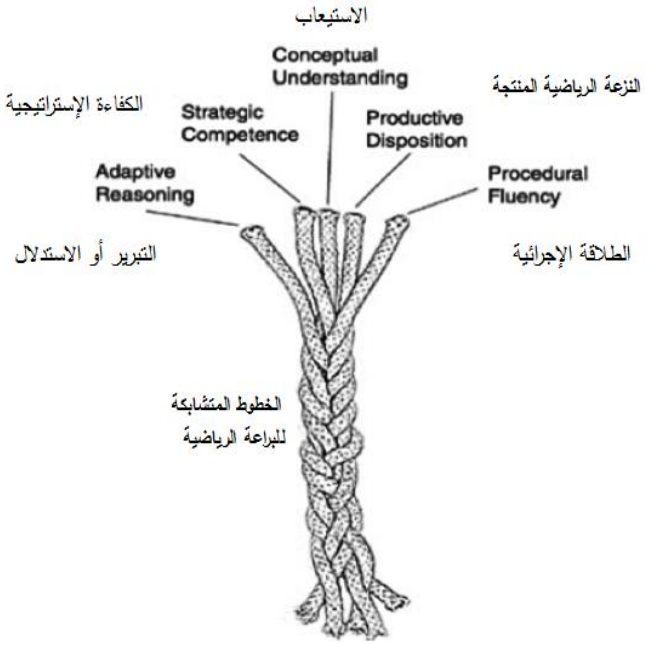
٢. **الطلاقة الإجرائية:** المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة وكفاءة وبشكل مناسب(مثلاً: تتقاضى موظفة راتباً شهرياً مقداره ٥٠٠ دينار وتصرف منه ٤٠٠ دينار وتوفر الباقي، ما نسبة ما تصرفه الموظفة إلى ما توفره؟).

٣. **البراعة الإستراتيجية:** إن القدرة على صياغة وتمثيل، وحل المشكلات الرياضية (مثلاً: كتابة مسألة تكون فيها النسبة بين طول غرفة وعرضها ٤:٥).

٤. **الاستدلال التكيفي:** إن القدرة على التفكير المنطقي، والتفكير، التفسير، والتبرير (مثلاً: كتابة النسبة ١٢٠ غم/ ٢ كغم بأبسط صورة).

٥. **النزعة الرياضية المنتجة:** الميل إلى رؤية الرياضيات حساسة، مفيدة، وجديرة بالاهتمام، إلى جانب وجود اعتقاد في الاجتهاد وفعالية المرء (NRC, ٢٠٠١). (مثلاً: أن مقياس الرسم المستخدم في الرياضيات يتم الاستعانة به لرسم الخرائط في مادة الجغرافيا والذي يعتمد أساساً على إيجاد النسبة).

والشكل (١) يوضح حقيقة أن البراعة الرياضية لا تتكون من وجه واحد، ولا يمكن أن تتحقق من خلال التركيز على واحد فقط أو اثنين من فروعها فالطبيعة المتشابكة والمترابطة بين هذه الفروع الخمسة لديها الآثار المتركزة على كيفية اكتساب المهارة الرياضية للطلبة(NRC, ٢٠٠١).



شكل (١): مكونات البراعة الرياضية.

النزعة الرياضية المنتجة:

فمكونات البراعة تتشابه مع مكونات القوة الرياضية التي تحدثت عنها الجمعية القومية للإنجاز التربوي في الولايات المتحدة الأمريكية، التي تشمل الاستيعاب المفاهيمي والمعرفة الإجرائية وحل المشكلات بالإضافة إلى عدد من العمليات الرياضية الاستدلال والتواصل والترابط (NAEP, ٢٠٠٢) فالبراعة تركز على الطلاقة الإجرائية لا على المعرفة الإجرائية وتهتم بالاستدلال التكيفي كهدف تسعى لتنميته لا كعملية وأضافت النزعة المنتجة، وأكدت دراسات العلوم المعرفية في حل المشكلات من أهمية الخبرة التكيفية وما وراء المعرفة، وتعد أفكار تسهم في البراعة الإستراتيجية والاستدلال التكيفي، وتتأثر بالدافعية التي تعد من مكونات النزعة المنتجة (NRC, ٢٠٠١).

وأنه يمكن تطوير البراعة الرياضية لدى الطلبة من خلال حل المشكلات غير المألوفة، إذ تعتمد البراعة المعرفية من وجهة نظر العلماء المعرفيين على طرق تمثيل المعرفة واسترجاعها لحل المشكلات الرياضية، التي تسهم في تنمية البراعة الإستراتيجية والطلاقة الإجرائية والاستدلال التكيفي (بدوى، ٢٠١٤).

ولذلك دعت العديد من الهيئات والمؤتمرات الداعمة لتعليم الرياضيات للاهتمام بالفهم والتواصل والتفكير الرياضي والنزعة الرياضية المنتجة، والتي تعكس أهداف متعددة ومتنوعة للرياضيات المدرسية (عبيد، ٢٠٠٤).

وسيتناول الباحثان مكونات البراعة الرياضية بجزء من التفصيل:

١) **الاستيعاب المفاهيمي:**

إن تعليم الرياضيات يركز بشكل كبير على الفهم حسب اهتمام المتخصصون، ويؤكدون على ضرورة استيعاب الأفكار الرياضية في الوقت الحالي(NCTM, ٢٠٠٠)فالتعليم المقرون بالفهم يجعل التعلم اللاحق أكثر سهولة على الطلبة، وتصبح الرياضيات ذات معنى عندهم كما أن الآلات الحاسبة سهلت الكثير من الإجراءات الحسابية والجبرية التي كانت لُب منهج الرياضيات مما يجعل الطالب يقضي وقتاً أطول واهتماماً أكثر لاستيعاب المفاهيم الرياضية و نمذجة الخطوات والعمليات المستخدمة في حل المشكلات.

ويقصد بالاستيعاب المفاهيمي استيعاب الأفكار الرياضية الأساسية من مفاهيم وتعميمات وعلاقات بين هذه الأفكار، فهو الفهم العميق لكيف تعمل الرياضيات؟ (المصاروة، ٢٠١٢). إضافة إلى ذلك فان الاستيعاب المفاهيمي يسمح للطالب ببناء معرفة جديدة بناءً على الربط بينها وبين المعرفة القديمة التي تعلمها، وهذه الطريقة أفضل وأكثر فائدة من حفظ الحقائق والإجراءات التي يقوم بها وتعمل على تعزيز وتشجيع التذكر والفهم العميق (MaGregor, ٢٠١٣).

ويمكن أن يظهر الاستيعاب المفاهيمي لدى الطالب من خلال عدة ممارسات منها: استيعابه للأفكار الرياضية الرئيسة من مصطلحات ومفاهيم وتعميمات وعلاقات وعمليات، ومعرفتهُ للمعلومات وللخطوات الإجرائية بشكل متماسك ومترابط وليس كمعلومات منفصلة، كذلك معرفة أهمية الفكرة الرياضية سواء كانت في مجال العلوم الرياضية أو غيرها من العلوم، والترابطات العديدة بين هذه الأفكار ومعرفة الطالب للمضمون الذي تستخدم فيه الفكرة الرياضية، وتعلمه لمفاهيم رياضية اقل عدداً لكنها محورية ورئيسية، ومن خلال المواقف المتباينة يتوصل الطالب إلى أنماط مشتركة بإعادة بناء الأفكار والطرق لحل المشكلات ومواقف رياضية وإنتاج معرفة جديدة.

ويرى الباحثان أن الاستيعاب المفاهيمي له أهمية جمّة للبراعة الرياضية إذ تمكن الطلبة من تمثيل المفهوم بأكثر من طريقة وتوظيفه في حل المسائل.

٢) **الطلاقة الإجرائية:**

وهي القدرة على القيام بكل العمليات والإجراءات الرياضية بدقة وكفاءة باستخدام الخوارزميات لتنفيذ الحسابات الأساسية على الأعداد، وإجرائها على الأعداد الكبيرة ذهنياً، أو عن طريق الورقة والقلم. ومن المحتمل أن يفشل الطلاب في إدراك الروابط المهمة بين المفاهيم والعلاقات عبر العمليات لأنهم لا يمتلكون مستوىً ملائماً من الطلاقة الإجرائية، فسوف يرسخون كثيراً من جهودهم لإجراء الحسابات الأساسية لتنمية الفهم العميق للأفكار الرياضية الأكثر تعقيداً، فالطلاقة الإجرائية تحفز الطلاب لاستخدام الرياضيات بثقة لحل المسائل(Mac Gregor, 2013)وبطريقة صحيحة ومناسبة للموقف الرياضي الذي يواجه الطالب (المصاروة، ٢٠١٢). وغالباً ينظر إلى العلاقة بين الطلاقة الإجرائية والاستيعاب المفاهيمي كمتنافسين على الاهتمام في الرياضيات المدرسية، وهذه النظرة التي تظهر المهارات كمضادة للفهم تنشئ انقساماً خاطئاً، فهما مكونان متداخلان ومترابطان، ويمكن أن تظهر الطلاقة الإجرائية لدى الطالب من خلال كتابته للإجراءات والأساليب الذهنية، واستخدامه لبعض الخوارزميات المهمة في اختبار صحة المفاهيم، إضافةً إلى إنجازه للمهام الروتينية بكفاءة وإتقان.

ويرى الباحثان أنه لا بدَّ من فهم المهارات والإجراءات والخطوات وممارستها بطرق صحيحة، لأن عدم وجود طلاقة إجرائية كافية تسبب صعوبة في فهم الأفكار أو حل المشكلات الرياضية المختلفة.

٣) البراعة الإستراتيجية:

وهي القدرة على حل المسائل الرياضية وتفسيرها وصياغتها وتمييز المعلومات المعطاة وتمثيلها وحلها باستخدام الإستراتيجية المناسبة وذلك من خلال العرض المتكرر لمسائل رياضية تعكس مواقف واقعية من الحياة(MacGregor, ٢٠١٣). ويتطلب حل المسائل الرياضية ببراعة الربط بين الاستيعاب المفاهيمي والطلاقة الإجرائية والبراعة الإستراتيجية، وذلك من خلال استخدام الاستيعاب المفاهيمي والطلاقة الإجرائية بشكل تطبيقي وعملي في حل المسائل، ويمكن أن تظهر البراعة الإستراتيجية لدى الطالب من خلال البحث عن المسائل المشابهة في حلها وصياغتها، وتحديد المعطيات الرياضية المهمة والتغاضي عن المعلومات الزائدة وإنتاج أمثلة ومسائل رياضية مشابهة وحلها(NRC, ٢٠٠١).

ويرى الباحثان أن تنمية البراعة الإستراتيجية ترتبط ارتباطاً وطيداً بالطلاقة الإجرائية والفهم المفاهيمي، إذ يحتاج الطالب إلى المهارات والمفاهيم أثناء حل المشكلات الرياضية، فتتطور طلاقة الطلاب الإجرائية ويرسخ فهمهم للمفاهيم الرياضية.

٤) **الاستدلال التكيفي:**

يعتبر وسيلة من وسائل الإقناع للآخرين بالأفكار الرياضية وحلول المسائل، بحيث يظهر للكل أن الرياضيات يمكن فهمها ولها معنى ويمكن تنفيذ خطواتها، ويقصد بالاستدلال التكيفي القدرة على التفكير المنطقي والتأملي والتفسير والتبرير الملائم.

إلا أنّ الاستدلال التكيفي أوسع بكثير حيث لا يتضمن التفسير والتبرير الشكلي فقط، بليتضمن الحدس والتخمين، والقياس والاستعارات والتمثيلات العقلية. ويرتبط الاستدلال بالمكونات السابقة للبراعة الرياضية، ويمكن أن يظهر الاستدلال التكيفي لدى الطالب من خلال التفكير المنطقي للعلاقات بين المفاهيم والمواقف، تقديم تفسيرات وتبريرات غير رسمية، واستكشاف العديد من الحقائق والمفاهيم والحلول لمعرفة التكامل بينها بطريقة منطقية إن وجِدَ.

ويرى الباحثان أنه يجب ممارسة الاستدلال التكيفي أثناء الطلاقة الإجرائية والاستيعاب المفاهيمي والبراعة الإستراتيجية، فيعتبر من المستويات العليا للبراعة الرياضية.

٥) **النزعة الرياضية المنتجة:**

تشكل المفاهيم والمهارات أساساً للبراعة الرياضية، فالطلبة الناجحين في الرياضيات يمتلكون مجموعة من الاتجاهات والمعتقدات التي تساند تعلمهم، فالرياضيات عندهم ذات معنى وجديرة بالاهتمام ولديهم الدافعية لبذل الجهد لتعلمها. لذا ينطلق هذا المكون من مبدأ التعلم ضمن مبادئ المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000).

ويمكن أن يتحقق هذا المكون باعتبار مادة الرياضيات مادة واقعية ومفيدة وذلك عن طريق تنمية وتكوين اتجاهات ايجابية لدى الطلبة نحوها (مصاروة، ٢٠١٢)، وللنزعة ثلاثة جوانب وهي: أهمية وتقدير دور الرياضيات في الحياة، والاتجاه نحوها، والقدرة على ممارستها (Moodley, ٢٠٠٨) فإنّ الاستعمال الفعال للنماذج والمواقف الواقعية وتوظيف الوسائل المحسوسة، والتعلم التعاوني، والمناقشات داخل الصف، سيّمكن الطلبة من إدراك وتقدير جمال وفائدة الرياضيات، أي أن البيئة التعليمية المرتبطة بالواقع تشجع الطلبة على حل المسائل التي تتطلب براعة ودهاء(بوسامنتير وستبلمان، ٢٠٠٤).

ويمكن أن تظهر النزعة الرياضية المنتجة من خلال فهم الرياضيات والعمل والجهد الدؤوب، يساعد في تعلمها واستخدامها. ويتطلب تعلم الرياضيات الجمع بين المكونات الخمسة

قد قام المجلس القومي للبحوث (NRC) بنشر رؤيته حول البراعة الرياضية ومكوناتها في تقريره المفصل عام ٢٠٠١، وعبَّر عن هذه المكونات بكلمات أكثر اختصاراً تبعاً للمواقف التي تتطلبها البراعة الرياضية من الطالب، إذ أشار إلى أن البراعة تتطلب المواقف الخمسة التالية: (NRC, ٢٠٠٢):

١. الفهم (Understanding): ويمثل المكون الأول " الاستيعاب المفاهيمي".

٢. إجراء حسابات (Computing): ويمثل المكون الثاني " الطلاقة الإجرائية".

٣. التطبيق (Applying): ويمثل المكون الثالث "البراعة الإستراتيجية".

٤. الاستدلال (Reasoning): ويمثل المكون الرابع " الاستدلال التكيفي".

٥. الانخراط أو المشاركة (Engaging): ويمثل المكون الخامس " النزعة الرياضية المنتجة".

وبالرغم من بساطة هذه المصطلحات في التعبير عن هذه المكونات، إلا أن أدبيات المجال اهتمت بمكونات البراعة كما جاءت في التقرير المفصل.

الدراسات السابقة:

تناولت الباحثة في هذا الجزء مجموعة من الدراسات السابقة التي لها علاقة بموضوع دراستها، وذلك من أجل تحديد مكانة دراستها بالنسبة للدراسات السابقة، ولقد قامت الباحثة بتصنيف هذه الدراسات إلى ثلاثة محاور كما يلي:

المحور الأول: دراسات سابقة عن البراعة الرياضية ومكوناتها:

هدفت دراسة الجزار (٢٠١٥) الوقوف على مستوى الاستيعاب المفاهيمي للتحويلات الهندسية لدى الطلاب معلمي الرياضيات باللغة الانجليزية، ولتحقيق أهداف الدراسة تمت الاستعانة بمجموعة من الأدوات هي: اختبار الاستيعاب المفاهيمي للتحويلات الهندسية (الجانب المعرفي)، واستمارة مقابلة مرتبطة به يهدفان إلى تعريف مستوى الاستيعاب المفاهيمي لدى الطلاب معلمي الرياضيات باللغة الانجليزية (الجانب المعرفي – المصطلحات والمفاهيم)، بالإضافة إلى اختبار الاستيعاب المفاهيمي للتحويلات الهندسية (الجانب الأدائي) واستمارة مقابلة مرتبطة به يهدفان إلى

تعرف مستوى الاستيعاب المفاهيمي لدى معلمي الرياضيات باللغة الانجليزية (الجانب الأدائي– المهارات والتطبيقات). وقد أجريت الدراسة على الطلاب معلمي الرياضيات باللغة الانجليزية المقيدين بالفرقة الثالثة شعبة رياضيات انجليزي في كلية التربية – جامعة الإسكندرية وقد بلغ عددهم (٩) طلاب، وقد أسفرت نتائج الدراسة عن تدني مستوى الاستيعاب المفاهيمي لدى الطلاب معلمي الرياضيات باللغة الانجليزية (الجانب المعرفي، والجانب الأدائي) وذلك بالنسبة مفاهيم التحويلات الهندسية موضوع البحث (مقدمة في التحويلات الهندسية – الانعكاس – الانتقال – الدوران – التمدد).

هدفت دراسة عمر (٢٠١٥) إلى تقصي أثر برنامج تعليمي قائم على القوة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي، وتكونت عينة الدراسة من (٦٠) طالبة من طالبات الصف السابع الأساسي في محافظة نابلس، قسموا إلى مجموعتين عشوائياً، مجموعة تجريبية درست باستخدام البرنامج التعليمي القائم على القوة الرياضية، وأخرى ضابطة درست بالطريقة الاعتيادية. وتكونت أداة الدراسة من اختبارين، اختبار تحصيلي في مادة الرياضيات، واختبار في التفكير الرياضي، وأظهرت نتائج الدراسة وجود فرق دال إحصائياً بين المتوسطات الحسابية لعلامات طلاب مجموعتي الدراسة على الاختبارين التحصيلي والتفكير الرياضي، وهذا الفرق يعزى إلى البرنامج التعليمي القائم على القوة الرياضية، ولصالح طلاب المجموعة التجريبية. كما أظهرت النتائج أيضاً وجود علاقة طردية بين التفكير الرياضي والتحصيل.

هدفت دراسة أبو الرايات (٢٠١٤) إلى التعرف على فعالية نموذج أبعاد التعلم لمارزانو على تنمية الكفاءة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الإعدادي التابعة لإدارة شرق المحلة الكبرى التعليمية بمحافظة الغربية، وتكونت عينة الدراسة من (١٣٤) طالب وطالبة تم تقسيمهم إلى مجموعتين إحداهما تجريبية (٦٧) طالب وطالبة، وضابطة (٦٧) طالب وطالبة، وتم إعداد وحدة الأعداد النسبية باستخدام نموذج أبعاد التعلم لمارزانو، واختبار لقياس الأبعاد الأربعة الأولى من البراعة الرياضية (الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والبراعة الإستراتيجية، والاستدلال ألتكيفي)، واستبانه لقياس النزعة الرياضية المنتجة، وأظهرت نتائج الدراسة وجود فروق دالة إحصائياً بين

متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار البراعة الرياضية بأبعادها الأربعة الأولى (البراعة الرياضية المعرفية) واستبانه النزعة الرياضية المنتجة لصالح المجموعة التجريبية.

هدفت دراسة المعثم والمنوفي (٢٠١٤) إلى إلقاء الضوء على مفهوم البراعة الرياضية، باعتبارها أحد المفاهيم الجديدة في تربويات الرياضيات، حيث لا يوجد تأصيل نظري له في الأدب التربوي العربي. واعتمد البحث المنهج الوصفي التحليلي. وتناول مكونات البراعة الرياضية الخمسة: الاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والبراعة الإستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والرغبة المنتجة، والمقصود بكل مكوّن منها. كما حدد عدداً من الممارسات الصفية التي يمكن أن تنمي البراعة الرياضية لدى طلاب المرحلة الابتدائية في السعودية. وأشار إلى دور فئات المجتمع التربوي في ذلك. وشملت فئات المجتمع ذات العلاقة بإصلاح التعليم عامة، وإصلاح تعليم وتعلم الرياضيات بصورة خاصة، وهم معلمو الرياضيات ومديرو المدارس وصناع السياسة التعليمية والآباء.

وهدفت دراسة موسلى (Moseley, ٢٠١٢) إلى التعرف على أثر تحليل عينات من أعمال الطلاب الصحيحة وغير الصحيحة في مشكلة التفاضل على نمو البراعة الرياضية، وتم تقسيم عينة الدراسة إلى مجموعتين، الأولى حَلّلت عينات صحيحة من حلول الطلاب للمشكلات في التفاضل والثانية حللت عينات من حلول الطلاب الخاطئة وأوضحت النتائج تحسن في البراعة الرياضية نتيجة لتحليل أعمال الطلاب بصفة عامة.

هدفت دراسة هابر (Harper, ٢٠١٢) إلى التعرف على فعالية التدريس المركب Complex Instruction في تنمية البراعة الرياضية لدى الطلاب، إذ أشارت معايير الرياضيات المدرسية إلى أن جميع الطلاب قادرون على تعلم الرياضيات وينبغي إعطاؤهم الفرصة لتطوير البراعة الرياضية عالية المستوى، وتشير البحوث إلى أن التدريس المركب (CI) يزود المعلمين بأداة قوية لتعزيز التعلم عال المستوى لكل الطلاب، إذ يستكشف الطلاب أنماط من الدوال غير الخطية، بوصفه مقدمة إلى وحدة على الدوال الخطية، وتشجع الدراسة الطالب لتقديم أفكار رياضية مركبة (معقدة) تمكن الطالب لتشجيع فهم أعمق وكفاءة رياضية عالية، مع الدعم التعليمي المناسب من

التدريس المركب. واكتسب الطلاب تلك البراعة من تعاون الأقران، والذي تدعمه المهام عالية المستوى، واستخدام القواعد الصفية وجهود المعلم لتحديد الطلاب منخفضي المستوى، واستخدام المعلم البرنامج التجريبي. وتم عرض نتائج هذا الاختبار وتحليلها. حيث قدمت الدراسة مجموعة من الدروس على العمليات مع الكسور وتقييم البراعة الرياضية في موضوع الكسور من خلال اختبار معّد لذلك الغرض.

هدفت دراسة لجيني (Lejeune, 2011) إلى معرفة أثر برنامج لتنمية البراعة الرياضية في موضوع الكسور لدى الطلاب الموهوبين الذين تخطوا الصفوف الدراسية. وقد تم تجريب البرنامج استطلاعياً مع (٣١) طالباً موهوباً ومتقدماً في الصفين السادس والسابع، وتم تقييم البيانات النوعية على أدائهم، كما تم إجراء اختبار البراعة الرياضية في موضوع الكسور لتحديد مستوى الطلاب في نهاية البرنامج التجريبي، وتم عرض نتائج هذا الاختبار وتحليلها حيث قدمت الدراسة مجموعة من الدروس على العمليات مع الكسور وتقييم البراعة الرياضية في موضوع الكسور من خلال اختبار معّد لذلك الغرض.

هدفت دراسة وثلا (Wethall, ٢٠١١) إلى التعرف على تأثير النمذجة الرياضية على تعلم الطلاب للرياضيات واتجاههم نحوها، وتكونت عينة الدراسة من (٧٧) طالباً من الصف الحادي عشر والثاني عشر المسجلين في مقرر الرياضيات التقليدية، وهذا المقرر موجة للطلاب منخفضي التحصيل، وتم تطبيق الدراسة لمدة ثمانية أسابيع وتم جمع البيانات باستخدام طرق مختلطة وهي استبيان قبلي/بعدي، وتصوير فيديو صفي، ومقابلات فردية، وتم تحليل النتائج في ضوء أبعاد البراعة الرياضية، وتوصلت الدراسة إلى فعالية النمذجة الرياضية في تحسين حل المشكلات الرياضية والثقة لدى الطلاب لحل مشكلات جديدة وبناء الفهم المفاهيمي.

هدفت دراسة ساملسون (Samuelsson, ٢٠١٠) إلى التعرف على تأثيرات طريقتين تدريسيتين: التقليدية، وحل المشكلات لتدريس الرياضيات لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي، وكذلك متغير الجنس (ذكور وإناث) على نمو أبعاد البراعة الرياضية الخمسة وهي النزعة الرياضية المنتجة، والفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والبراعة الإستراتيجية، والاستدلال التكيفي. وتم

تطبيق الاختبارات قبلياً و بعدياً على مجموعتي الدراسة، وأوضحت نتائج الدراسة عدم وجود فروق دالة إحصائياً بين المجموعتين في الطلاقة الإجرائية، ولكن نمو الفهم المفاهيمي والبراعة الإستراتيجية، والاستدلال التكيفي كان أفضل بالنسبة لمدخل حل المشكلات في التدريس، وكذلك أوضحت النتائج عدم وجود فروق بين مجموعتي الذكور والإناث في أبعاد البراعة الرياضية.

هدفت دراسة كولتون (Colton, ٢٠١٠) إلى التعرف على تأثير التدريس القائم على شرح التفكير الرياضي وتدريب الإجابات للمشكلات الاستدلال التناسبي لدى طلاب المدرسة المتوسطة، وتوصلت الدراسة إلى تحسن في الفهم المفاهيمي للطلاب، وكذلك الطلاقة الإجرائية في موضوع الكسور العشرية، ولكن لم يتحسن الاتجاه نحو حل المهام الرياضية الصعبة.

هدفت دراسة عبد وعشا (٢٠٠٩) إلى استخدام إستراتيجيات التعليم التعاوني من خلال مجموعات العمل الصفية، وإعادة ترتيب الجلوس في الصف، وتقسيم الطلاب إلى مجموعات عمل صغيرة، وتنفيذ تمارين المناقشة، وحل المشكلات، والحوار والتفكير بصوت عال، والإطلاع على كيفية تفكير الآخرين، كلها أمور من شأنها تنمية روح المودة والتعاون والثقة بين الأفراد، والانتماء إلى المجموعة والبيئة التعليمية ككل. فالطلاب في مجموعات العمل التعاونية يحضِّرون مهماتهم بحرص، ويخططون لها بعناية، وينفذونها بوعي ودقة. فاستخدام المجموعات التعاونية المكونة من (٣-٥) طلاب للعمل سوياً في مهمة رياضية ستزيد براعتهم.

هدفت دراسة القبيلات والعبيدي (٢٠٠٩) إلى معرفة أثر ثلاث إستراتيجيات في بناء الخرائط المفاهيمية في التحصيل والاستيعاب المفاهيمي، وحل المسائل في الرياضيات لدى (١٢٤) من بين طلبة الصف العاشر في مديرية التربية والتعليم للواء ذيبان في الأردن، موزعين على أربع شعب في ثلاث مدارس. استخدمت مع المجموعة التجريبية إستراتيجية خرائط المفاهيم وفق بناء المعلم والطلبة، ووفق بناء الطلبة أنفسهم، ووفق بناء المعلم وحده. واستخدمت الطريقة الاعتيادية في التدريس كمجموعة ضابطة. وتم توزيع المعالجات التجريبية (ثلاث استراتيجيات في بناء الخرائط المفاهيمية) والطريقة الاعتيادية عشوائياً على الشعب الأربع. وتم بناء اختبار تكوّن من قسمين، الأول لقياس الاستيعاب المفاهيمي، وفي الثاني لقياس حل المسائل، وتم تطبيقه على

جميع شعب الدراسة قبل المعالجة وبعدها، وكشفت النتائج عن عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات درجات التحصيل الكلي للطلبة وكذلك بين متوسطات الاستيعاب المفاهيمي وحده تعزى لطريقة التدريس. في حين أظهرت النتائج خلاف ذلك في القدرة على حل المسائل.

هدفت دراسة مودلى (Moodley, ٢٠٠٨) إلى تحديد النمو في البراعة الرياضية، في مجال المهارات العددية من خلال مجموعتين من الصف العاشر إحداهما تدريس رياضيات والأخرى تدريس الثقافة الرياضية، وتم إعداد اختبار في البراعة الرياضية، واستبانه لقياس بُعد النزعة الرياضية المنتجة وأوضحت نتائج الدراسة أن أداء الطلاب دراسي الرياضيات كان أفضل من أداء الطلاب دراسي الثقافة الرياضية في البراعة الرياضية، وتوصلت الدراسة أيضاً إلى تفوق مجموعة البنات على البنين في البراعة الرياضية.

هدفت دراسة زونج (Zhonghe, 2008) إلى تقييم مستوى طلاب الصف السادس الابتدائي الصينيين وعددهم (٩٤١) طالباً في البراعة الرياضية والمتمثلة في الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والبراعة في حل المشكلات التطبيقية باستخدام مدخل (MSA) (نموذج – إستراتيجية– تطبيق)، وأظهرت النتائج أن الطلاقة الإجرائية لدى الطلاب الصينيين كانت في مستوى أعلى مقارنة بالفهم المفاهيمي وحل المشكلات التطبيقية، وكشفت النتائج أن مستوى أعلى من الحسابات لم تؤد بالطلاب الصينيين إلى فهم عميق للكسور والكسور العشرية.

المحور الثاني: الدراسات السابقة المتعلقة بالتفكير الرياضي:

هدفت دراسة الشاذلي (٢٠١٥) إلى التعرف على فعالية إستراتيجية مقترحة في تدريس الرياضيات لتنمية مهارات التفكير الرياضي ومهارات التواصل الرياضي لدى طلبة الصف الخامس الابتدائي، على وحدة الكسور وتم تقسيم عينة الدراسة إلى مجموعتين: إحداهما تجريبية والأخرى ضابطة، وتكونت أداة الدراسة من اختبارين، احدهما اختبار مهارات التفكير الرياضي، والآخر اختبار مهارات التواصل الرياضي، وتم التحقق من الصدق والثبات وتوصلت الدراسة إلى وجود فروق ذي دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين المجموعة التجريبية التي

درست في الإستراتيجية المقترحة والضابطة التي درست في الطريقة التقليدية في اختبار التفكير الرياضي لصالح المجموعة التجريبية، كذلك وجود فروق بين المجموعتين في اختبار مهارات التواصل الرياضي لصالح المجموعة التجريبية، وتوجد علاقة موجبة دالة إحصائياً بين التفكير الرياضي والتواصل الرياضي في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي.

هدفت دراسة عبد الكريم (٢٠١٤) إلى التعرف على فاعلية برنامج مقترح قائم على التواصل الرياضي في تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي، على عينة من طلاب الصف الخامس الابتدائي بمحافظة الجيزة، وتكونت أداة الدراسة من اختبار للتفكير الرياضي والذي يشمل مهارات (التفكير الاستقرائي، والتفكير الاستنباطي، والتعبير بالرموز، والتصور البصري المكاني)، وتوصل الباحث إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب مجموعتي الدراسة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الرياضي، وكذلك وجود فروق بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الرياضي ككل ولكل مهارة من مهارته الفرعية لصالح طلاب المجموعة التجريبية.

دراسة الزهراني (٢٠١٤) هدفت الدراسة الى التعرف على فعالية تدريس الرياضيات باستخدام إستراتيجية مقترحة قائمة على ما وراء المعرفة في تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طالبات الصف الاول الثانوي، واتبعت الباحثة المنهج التجريبي إذ اختارت عينة عددها (٣٥) طالبة درست محتوى وحدتي التوازي والتعامد والمثلثات المتطابقة وفقاً للإستراتيجية المقترحة، والمجموعة الاخرى ضابطة تكونت من (٣٢) طالبة درست الوحدتين بالطريقة العادية. وتوصلت الباحثة الى وجود فروق ذات دلالة احصائية بين متوسطات درجات طالبات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الرياضي للاختبار ككل. كما بينت نتائج البحث ان استخدام الإستراتيجية المقترحة القائمة على ما وراء المعرفة في تدريس الرياضيات حقق مستوى مقبولاً من الفعالية العلمية في تنمية مهارات التفكير لدى طالبات الصف الاول الثانوي.

هدفت دراسة عبد الحميد (٢٠١٢) الى بناء برنامج تعليمي قائم على الأنشطة الإثرائية لتنمية أساليب التفكير الرياضي (التفكير الاستقرائي، والتفكير الاستنباطي، والتفكير التأملي) لدى

الطلاب مختلفي المستويات التحصيلية بالصف الخامس الابتدائي، كذلك لبيان اثر تدريس البرنامج المقترح على تنمية كل من أساليب التفكير الرياضي نحو الرياضيات لدى الطلاب (مرتفعي التحصيل ومتوسطي التحصيل ومنخفضي التحصيل)، وتكونت عينة الدراسة من (١٩٢) طالباً في محافظة المنوفية في مصر، قسمت الى مجموعتين إحداهما ضابطة والأخرى تجريبية. وتوصلت الدراسة إلى: وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات الكسب لتلاميذ المجموعة التجريبية وطلاب المجموعة الضابطة في اختيار اساليب التفكير ككل ومكوناته الفرعية (التفكير الاستقرائي والتفكير الاستنباطي والتفكير التأملي) كل على حده، وذلك لصالح طلاب المجموعة التجريبية، كذلك توصلت الدراسة الى وجود فروق ذي دلالة إحصائية بين متوسطي درجات الكسب لطلاب المجموعة التجريبية (مرتفعي التحصيل ومتوسطي التحصيل ومنخفضي التحصيل)، وطلاب المجموعة الضابطة (مرتفعي التحصيل ومتوسطي التحصيل ومنخفضي التحصيل) كل على حده، في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات لصالح طلاب المجموعة التجريبية، ووجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات الكسب للمجموعات الفرعية الثلاث (مرتفعي التحصيل ومتوسطي التحصيل ومنخفضي التحصيل) بالمجموعة التجريبية في كل من اختيار أساليب التفكير ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات.

هدفت دراسة أبو زينة وعبد (٢٠١٢) إلى استقصاء تطور القدرة على التفكير الرياضي لدى الطلبة عبر الصفوف من الثامن وحتى العاشر، بالإضافة إلى علاقة التفكير الرياضي بنمط تعلم الطالب بلغ عدد أفراد الدراسة (١١٤٨) طالباً وطالبة اختيروا من طلبة الصفوف الثامن وحتى العاشر في مديرية تربية عمان الأولى ولتحقيق أهداف الدراسة، تم استخدام اختبار التفكير الرياضي، كما استخدم مقياس فارك للكشف عن أنماط التعلم المفضلة لدى الطلبة. كشفت نتائج الدراسة عن نمو في القدرة على التفكير الرياضي بانتقال الطالب من صف إلى صف أعلى. كما أظهرت النتائج أن نمط التعلم المفضل لدى الطلبة يتغير مع اختلاف الصف، وأظهرت أيضاً أن أداء الطلبة على اختبار التفكير الرياضي كان الأعلى لذوي النمط البصري، أما ذو النمط السمعي فكان أداؤهم الأقل.

هدف الكبيسي (٢٠١١) في دراسته إلى قياس أثر استخدام إستراتيجية التدريس التبادلي على التحصيل والتفكير الرياضي لطلبة الصف الثاني متوسط في مادة الرياضيات، واتبع الباحث التصميم شبه التجريبي ذي الاختبار البعدي، وكانت عينة الدراسة قد تكونت من (٤٢) طالباً تقسموا إلى مجموعتين تجريبية وعددها (٢٠) طالباً درست باستخدام التدريس التبادلي والضابطة عددها (٢١) طالباً درست بالطريقة الاعتيادية. وأعد الباحث اختبارين الأول تحصيلي تكون من (٥٠) فقرة، والثاني للتفكير الرياضي تكون من (٣٥) فقرة وأجري لكلاهما الصدق والثبات والتحليل الإحصائي لفقراتهما. وكان من نتائج البحث تفوق المجموعة التجريبية التي درست باستخدام إستراتيجية التدريس التبادلي على المجموعة الضابطة في التحصيل والتفكير الرياضي.

منهجية الدراسة:

استعانت الباحثة بالمنهج التجريبي بتصميم شبه تجريبي لدراسة (أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التفكير الرياضي والتحصيل) وقدتم تطبيقه على عينة من طالبات الصف السابع الأساسي، قسمت عينة الدراسة إلى مجموعتين، الأولى: مجموعة تجريبية والثانية: مجموعة ضابطة، وتم تمثيل كل مجموعة كما يلي:

- **المجموعة التجريبية:** هنَّ طالبات الصف السابع الأساسي اللواتي يدرسن وحدة التناسب الطردي والتناسب العكسي وفق برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية.
- **المجموعة الضابطة:** هنَّ طالبات الصف السابع الأساسي اللواتي يدرسن وحدة التناسب الطردي والتناسب العكسي وفقاً للطريقة الاعتيادية.

مجتمع الدراسة:

يتكون مجتمع الدراسة من جميع طالبات الصف السابع الأساسي في مدارس محافظة قلقيلية، البالغ عددهم (١٠٢٤) طالبة، في الفصل الدراسي الأول، بالاعتماد على إحصائيات من مديرية التربية والتعليم في محافظة قلقيلية للعام الدراسي ٢٠١٥ /٢٠١٦م.

عينة الدراسة:

تم اختيار أفراد الدراسة بطريقة العينة القصدية وتشمل جميع طالبات الصف السابع الأساسي في مدرسة الشهيدة فاطمة غزال الأساسية للبنات في مديرية قلقيلية في العام الدراسي

٢٠١٥/٢٠١٦، كونها مكان عمل الباحثة، ولتوفر الأجهزة والأدوات التعليمية اللازمة لإجراء الدراسة، تم اختيار شعبتين عشوائياً من ثلاث شعب، يبلغ عدد أفرادها (٦٩) طالبة يتوزعن على مجموعتين: تجريبية تكونت من (٣٣) طالبة وضابطة تكونت من (٣٦) طالبة.

أدوات الدراسة:

تتضمن الدراسة ثلاث أدوات هي برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية، واختبار التفكير الرياضي، واختبار التحصيل

وصف المادة التدريبية:

تمثلت المادة التدريبية بالوحدة الرابعة (التناسب الطردي والتناسب العكسي) من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي الجزء الأول الذي يدرس في المدارس الحكومية للعام الدراسي (٢٠١٥/ ٢٠١٦م)، وتم الاعتماد على هذه الوحدة لتمثل المادة التدريبية لأهميتها؛ كونها تحتوي على مفاهيم ومهارات وتعميمات أساسية للمراحل التعليمية اللاحقة وتناسب غيرها من المواد، وكان الدافع الأساسي في اختيار هذه الوحدة دوناً عن غيرها أنها تأتي آخر وحدة في المنهاج فلا تأخذ حقها الكافي من الشرح، وبالرجوع لأدبيات المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية لحصر العناصر التي يقوم عليها مفهوم البراعة الرياضية، بهدف بناء تخطيط ملائم لمحتوى تعليمي يستند على مجالات البراعة الرياضية وعناصرها، ولقد شكلت عناصر البراعة الرياضية المقوم الأساسي للمادة التعليمية وخططها التدريسية وتناولت عدة مجالات هي: الاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والبراعة الإستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والنزعة الرياضية المنتجة، استخدام التكنولوجيا، والأخطاء التي قد تقع فيها الطالبات، وتم تدريس المادة التعليمية لمدة ثلاثة أسابيع بواقع (١٦) حصة صفية.

اختبار التحصيل:

تمثلت أداة القياس في هذه الوحدة باختبار تحصيلي من تصميم وإعداد الباحثة، وذلك بإتباعها للخطوات الآتية من أجل بناء اختبار التحصيل وتطويره:

وصف الاختبار التحصيلي:

أعدت الباحثة اختبار بعدي تحصيلي في ضوء الأهداف السلوكية المحددة، وإعداد جدول مواصفات وقد تم صياغة أسئلة شاملة لكل أجزاء الوحدة، بحيث تراعي مستويات الأهداف المقترحة فيها، واشتمل الاختبار على أربعة أسئلة مقسمة كالآتي: السؤال الأول يتكون من (٧) فقرات اختيار

من متعدد ذي أربعة بدائل، والأسئلة الأخرى مقالية ملحق رقم (٢)، وقامت الباحثة بتصحيح الاختبار وكانت العلامة الكاملة في هذا الاختبار (٢٥) درجة، وتم تحديد زمن الامتحان بمدة (٥٠) دقيقة.

مفتاح تصحيح الاختبار:

وضعت الباحثة إجابات نموذجية كمفتاح لتصحيح الاختبار ملحق رقم (٣)، واعتمدت عليه أثناء تصحيح الاختبار، وقد تكون الاختبار من قسمين؛ القسم الأول: مَثّله السؤال الأول وهو اختيار من متعدد تكون من سبع فقرات أعطيت لكل فقرة اختيار من متعدد درجة واحدة للإجابة الصحيحة، والدرجة صفر للإجابة الخاطئة أو المتروكة، والقسم الثاني: وتمثل بالأسئلة المقالية في كل من السؤال الثاني وله فرعين، والثالث وله ثلاثة فروع، والرابع له فرعين.

فقد تراوحت العلامات للأسئلة على التوالي ما بين (٠ –٤,٥) درجة و (٠ – ٥. ٥) درجة و(٠ – ٨) درجة، وبذلك أصبحت الدرجة الكلية للاختبار تتراوح من (٠ – ٢٥) درجة.

صدق الاختبار التحصيلي:

للتأكد من صدق الاختبار قامت الباحثة بعرضه على مجموعة من المحكمين البالغ عددهم خمسة محكمين، منهم أعضاء في الهيئة التدريسية في جامعة النجاح الوطنية، وبعض معلمي الرياضيات ممن لهم خبرة طويلة في تدريس الرياضيات من حملة شهادة البكالوريوس، وعضو في وزارة التربية والتعليم، للاطلاع على فقرات الامتحان، وصحة الصياغة العلمية واللغوية، ومناسبتها للأهداف التعليمية، وبعد توفر التغذية الراجعة، أخذت الباحثة بآرائهم وملاحظاتهم حول الاختبار، وبذلك تحقق صدق الاختبار التحصيلي الظاهري ملحق رقم (٦). إذ تم تصحيح بعض الأخطاء اللغوية وصياغتها بشكل صحيح، فتم تعديل الفقرات الرابعة والسادسة في السؤال الأول بناءً على طلب المحكمين، وعدلت الفقرة السادسة من (هناك فئة من ٣٢طالباً منهم ١٢ طالبة، ما هي نسبة الإناث إلى البنين بأبسط صورة؟) إلى (هناك فئة من ٣٢طالباً منهم ١٢ طالبة، ما هي نسبة الطالبات إلى الطلاب بأبسط صورة؟)، كذلك تغير الفرع الثاني من السؤال الرابع من (إذا كانت أجرة ٧ عمال٦٣ شاقل في اليوم، فما أجرة العامل الواحد؟) إلى (إذا كانت أجرة ٧ عمال ٦٣٠ شاقل في اليوم، فما أجرة العامل الواحد؟).

معاملات الصعوبة والتمييز لفقرات اختبار التحصيل:

قامت الباحثة بحساب معامل الصعوبة لفقرات الاختبار التحصيلي بتطبيقه على عينة استطلاعية من خارج عينة الدراسة وتراوحت بين (٠,٢٩٠ – ٠,٨٥٥)، وهي نسبة مقبولة تربويا، وكذلك قامت بحساب معاملات التمييز للفقرات، إذ تراوحت بين (٠,٢٥٧ – ٠,٩١٠) وهي قيم مقبولة تربوياً، وعلى هذا الأساس كان مستوى الصعوبة والتمييز لفقرات الاختبار التحصيلي ملائماً، واستخرج الاختبار بصورته النهائية.

ثبات الاختبار التحصيلي:

قامت الباحثة باستخدام معادلة كرونباخ ألفا لحساب درجة ثبات الاختبار التحصيلي للأسئلة المقالية حيث بلغت قيمته (٠,٧٨) وهو معامل جيد، في حين تم استخدام اختبار KR٢٠ لأسئلة الاختبار التحصيلي الموضوعي حيث بلغت قيمته (٠,٦٨٣) وهو معامل جيد.

اختبار التفكير الرياضي:

تمثلت أداة القياس في هذه الدراسة ببناء اختبار للتفكير الرياضي من إعداد الباحثة، إذ تم إتباع الخطوات الآتية لإعداد وبناء اختبار التفكير الرياضي:

وصف اختبار التفكير الرياضي:

صممت الباحثة اختبار لقياس التفكير الرياضي، لمعرفة أثر برنامج تعليمي في البراعة الرياضية على التفكير الرياضي بعد الاطلاع على أدبيات سابقة والاستعانة بالشبكة العنكبوتية، ومنهاج إثراء لتنمية القدرات والمواهب في مادة الرياضيات، وكذلك الإطلاع على المناهج في الداخل المحتل، إضافة إلى بعض الفقرات التي قامت الباحثة بإعدادها وصياغتها بالاعتماد على فراستها الأدبية، وتكون مقياس التفكير الرياضي من (٢٠) فقرة من نوع الاختيار من متعدد في مظاهر التفكير الرياضي وهي: التعميم، والاستقراء، والاستدلال، والتعبير بالرموز، والتفكير المنطقي، والبرهان الرياضي، بعدها قامت الباحثة باختيار فقرات الامتحان، وتم تقدير درجات الامتحان بحيث تكون درجة لكل فقرة وبالتالي تكون درجة الامتحان الكلية من (٢٠)، وتم تقدير زمن الامتحان بساعة واحدة.

صدق اختبار التفكير الرياضي:

تأكدت الباحثة من صدق المقياس من خلال عرضه على لجنة من المحكمين المتخصصين في مجال تدريس الرياضيات ملحق رقم (٦)، للاطلاع على فقرات الاختبار، وصحة الصياغة العلمية واللغوية، ومناسبتها لطالبات الصف السابع الأساسي، وبعد توفر التغذية الراجعة، أخذت الباحثة بآرائهم وملاحظاتهم حول الاختبار، وبذلك تحقق صدق اختبار التفكير الظاهري. إذ تم تصحيح بعض الأخطاء اللغوية وصياغتها بشكل صحيح، فتم تعديل عدد الفقرات (٢٠) فقرة بدلاً من (٢٥) فقرة، كذلك تم إعادة الصياغة لبعض الأسئلة فمثلاً السؤال العاشر (لديكِ التناسب ١٥:١٢= ٥:٤ الأعداد المشتركة في هذا التناسب هي:) إلى (لديكِ التناسب ١٥:١٢= ٥:٤ ما الأعداد المشتركة في هذا التناسب؟)، وتغير السؤال الثالث عشر (في الرسم المجاور قياس زاوية أ ب ج =١٨٠° النسبة بين مقداري الزاويتين (س، ص) هي ٧:٢، فإن الزاوية س =) إلى (في الرسم المجاور قياس زاوية أ ب ج = ١٨٠° النسبة بين مقداري الزاويتين (س، ص) هي ٧:٢، ما قياس الزاوية س؟) وتغير السؤال الخامس عشر (إذا كان ثمن ٦ صناديق عصير هو ١٢ شاقل فإن ثمن الصندوق الواحدة هو؟) إلى (إذا كان ثمن ٦ صناديق عصير هو ٩٠ شاقل فإن ثمن الصندوق الواحدة هو؟) وكذلك تغير السؤال الحادي عشر (إذا كان س عدد صحيح موجباً، أي القيم التالية أكبر ما يمكن؟) إلى (إذا كان س عدد صحيح سالباً، أي القيم التالية أكبر ما يمكن؟) وتم حذف بعض الأسئلة لعدم مناسبتها للفئة العمرية للطالبات مثلاً: العدد الأكبر فيما يلي:

أ) ٠,٩ب) ٠,١٠٧ ج) ٠,٠٣٤١ د)٠,٧٥

كذلك تم مراعاة ترتيب البدائل ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً ليصبح الاختبار أكثر ترتيباً ودقة.

معاملات الصعوبة والتمييز لفقرات اختبار التفكير الرياضي:

قامت الباحثة بحساب قيم معاملات الصعوبة لفقرات اختبار التفكير والتي تراوحت بين (٠,٢١٧–٠,٩٤٢)، في حين تراوحت معاملات التمييز بين (٠,٢١١–٠,٨٢٠) ملحق رقم (١٠).

ثبات اختبار التفكير الرياضي:

قامت الباحثة بحساب ثبات المقياس باستخدام معامل الاتساق الداخلي كودر–ريتشاردسون (KR٢٠) للأسئلة الموضوعية حيث بلغت قيمة معامل الثبات (٠,٧٢٣) وهو مقبول تربوياً.

متغيرات الدراسة:

المتغير المستقل: ويمثل طريقة التدريس ولها مستويان: (استخدام برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية، الطريقة الاعتيادية).

المتغيران التابعان: ويتمثلان بكل من التفكير الرياضي، والتحصيل الدراسي في مادة الرياضيات.

المعالجة الإحصائية:

استخدمت الباحثة الرزمة الإحصائية للعلوم الاجتماعية (SPSS) لتحليل بيانات الدراسة، ومن المعالجات الإحصائية المستخدمة:

١) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لوصف علامات الطالبات في اختباري التحصيل والتفكير الرياضي التي تم اعدادهما بغرض معرفة الأثر الظاهري لتطبيق برنامج البراعة الرياضية على تحصيل الطالبات وتفكيرهن الرياضي.

٢) تحليل التباين الأحادي المصاحب (ANCOVA)، لفحص دلالات الفروق بين متوسطي تحصيل مجموعتي الدراسة.

٣) معادلة كرونباخ ألفا (Cronbach's Alpha) لحساب درجة ثبات الفقرات المقالية للاختبارين.

٤) معادلة كودر –ريتشاردسون (KR٢٠) لحساب درجة ثبات الفقرات الموضوعية للاختبارين.

٥) استخدام معامل ارتباط بيرسون بين درجات التحصيل والتفكير الرياضي لدى مجموعة الطالبات اللواتي درسن وفق برنامج البراعة الرياضية في الاختبارين.

نتائج الدراسة ومناقشتها :

النتائج المتعلقة بالسؤال الرئيس للدراسة:

ما أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة قلقيلية؟

وللإجابة عن هذا السؤال أجريت الاختبارات اللازمة لذلك من خلال اختبار فرضيتي الدراسة الأولى والثانية والمتعلقة بأثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التفكير والتحصيل الرياضي

على المجموعتين الضابطة والتجريبية في الاختبار البعدي والجداول (١-٤) المتعلقة بالدراسة توضح ذلك.

النتائج المتعلقة بفرضيات الدراسة ومناقشتها:

نتائج الفرضية الأولى

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq$ ٠.٠٥) بين متوسطي درجات المجموعة الضابطة (التي تدرس بالطريقة الاعتيادية) والمجموعة التجريبية (التي تدرس وفق برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية) في اختبار التفكير الرياضي.

ولفحص الفرضية الأولى تم استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات طالبات المجموعة الضابطة (التي درست بالطريقة الاعتيادية)، والمجموعة التجريبية (التدريس وفق البراعة الرياضية) في اختبار التفكير الرياضي، وكانت النتائج كما يوضحه الجدول التالي:

جدول رقم (١) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات الطلبة في اختبار التفكير الرياضي القبلي والبعدي تبعاً لمتغير طريقة التدريس

المجموعة	العدد	القبلي (العلامات المدرسية=٣٠)		البعدي (العلامة = ٢٠)	
		المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
الضابطة	٣٦	٢١,٣٥	٦,٢١	١١,٥٠	٢,٢٠
التجريبية	٣٣	٢٢,٥٩	٦,١٦	١٢,٩٤	٢,٥٥

نلاحظ من الجدول أن المتوسط الحسابي للمجموعة الضابطة قد بلغ (١١,٥٠) في حين بلغ المتوسط الحسابي للمجموعة التجريبية (١٢,٩٤)، ويشير ذلك إلى الفرق الظاهري في المتوسطات الحسابية لعلامات الطالبات في اختبار التفكير الرياضي، ولبيان دلالة هذه الفروق الإحصائية تم استخدام تحليل التباين الأحادي المصاحب (ANCOVA) وكانت النتائج كما في الجدول رقم (٢) الآتي:

جدول رقم (٢) نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب لأثر استخدام البراعة الرياضية على درجات الطالبات في المجموعتين الضابطة والتجريبية على اختبار التفكير الرياضي

مصدر التباين	مجموع	درجات	متوسط	F	الدلالة

	المربعات	الحرية	المربعات		الإحصائية
الاختبار القبلي	٢,٥٨٧	١	٢,٥٨٧	٠,٤٥٦	٠,٥٠٢
طريقة التدريس	٣٣,٣٩٣	١	٣٣,٣٩٣	٥,٨٨٨	٠,٠١٨
الخطأ	٣٧٤,٢٩٢	٦٦	٥,٦٧١		
المجموع	٤١٠,٢٧٢	٦٨			

*دالة إحصائيا عند مستوى لدلالة (٠٥ .٠≥ α).

يتبين لنا من نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب لأثر استخدام البراعة الرياضية على درجات عينة الدراسة في اختبار التفكير الرياضي البعدي تبعاً لطريقة التدريس أن مستوى الدلالة الإحصائية بلغ (٠,٠١٨) وهذا يعني وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (٠,٠٥ ≥ α) بين متوسطي درجات اختبار التفكير الرياضي لدى طالبات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة تعزى إلى طريقة التدريس (الاعتيادية، واستخدام البراعة الرياضية) وذلك لصالح المجموعة التجريبية التي درست باستخدام البراعة الرياضية.

حيث بين اختبار الفرضية أن المجموعة التجريبية التي درست باستخدام أسلوب البراعة الرياضية قد حصلت على متوسط حسابي أعلى من متوسط المجموعة الضابطة التي دُرست بالطريقة الاعتيادية، وهذا يعني أن التدريس باستخدام البراعة الرياضية له أثر إيجابي في تنمية التفكير الرياضي للطالبات مقارنة بالتدريس باستخدام الطريقة الاعتيادية فعند تطبيق البرنامج التعليمي القائم باستخدام البراعة الرياضية تغير دور المعلمة وتعددت المهام التي تقوم بها فبات عليها إدارة الموقف التعليمي بطريقة تساعد الطالبات على تنمية البراعة الرياضية لتحقيق تعليم عالي الجودة مهما كان مصدره بحيث يركز على المحتوى ويكون فعالا وينمي المعرفة والمهارات والقدرات والميول، إلى جانب تخطيط الدروس وتنفيذها في ظل وجود أهداف تعليمية محددة.

وتفسر الباحثة ذلك إلى أن هذه النتيجة قد تعزى إلى طبيعة البرنامج التعليمي المقترح (استخدام البراعة الرياضية) وطريقة عرضه والأنشطة المتعددة التي يتضمنها والتي من شأنها إثارة التفكير وتنمية المهارات الرياضية لدى الطالبات، وإمكانية إدراك العلاقات والترابطات لمادة الرياضيات وربطها بالحياة والواقع وبالتالي إمكانية تحديد مسار التفكير وتعديله، خاصة وأن البراعة الرياضية تشمل كل جوانب الخبرة والبراعة والمعرفة بالرياضيات، وتتضمن نشاطات كالحديث عن الطبيعة وعمل مشاريع، والقيام بالألعاب الرياضية التي تركز بالضرورة على المحتوى الرياضي.

وإلى جانب كل ذلك يعد التفكير التكيفي مكوّن أساسي من مكونات البراعة الرياضية الذي يساعد على التفكير المنطقي والتفسير والتبرير والقدرة على حل المشكلات، حيث تُقوى الطاقة

الذهنية لدى الطالبة وبالتالي تطور إبداعهن وزيادة الثقة في القدرة على حل المشكلات ومواجهة الصعوبات، وتوجههنّ نحو تعلم الرياضيات كحل لكل هذه المشكلات عند الأخذ بعين الإعتبار أن التفكير الرياضي يمثل سلسلة من النشاطات العقلية التي يقوم بها الدماغ لبحث موضوع أو الحكم شيء معين، أو حل مشكلة أو مسألة رياضية من خلال خاصية ربط المعلومات الرياضية مع الواقع والقدرة على الاستبصار والاختيار وإعادة التنظيم والتفكير والذي يتخذ عدداً من الأنماط: منها البصري والاستدلالي والناقد والإبداعي وهذه الأنماط مجتمعة تتناولها البراعة الرياضية عن طريق تنمية التفكير لدى الطالبات الذي يعتمد على بناء أساس رياضي دقيق وسليم وفهم واضح للنظريات والمفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية.

وتعزو الباحثة أيضاً هذه النتيجة إلى أن أسلوب استخدام البراعة الرياضية ينطلق من النظرة البنائية إلى الرياضيات باعتبارها طريقة ونمط في التفكير، وتحتوي على العديد من المميزات التي تجعلها مجالاً خصباً لتدريب الطالبات على أنماط وأساليب التفكير السليمة وتنميتها، والإسهام في بناء الشخصية والقدرة على الإبداع واكتساب الفهم العميق، فهناك العديد من الأهداف التي تتضمنها المناهج الحديثة للرياضيات تتناول فقرات تهتم بالتفكير الرياضي، فمعايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية (NCTM,2000) تؤكد على ضرورة تنمية التفكير بأنواعه الناقد، الاستقرائي، الاستنتاجي، والبرهان الرياضي، وتقديم الرياضيات بصفتها أداة ومحرك أساسي للتفكير والاتصال فهي تساعد الطلبة على جعلهم مفكرين لا متلقين للمعرفة فقط. وبذلك يتحقق التكامل بين مادة الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى التي يدرسها الطلبة في حياتهم اليومية.

وبناءً على ما سبق فإن هذا البرنامج التعليمي أسهم بشكل فعال وبنّاء في جذب انتباه الطالبات وزيادة تفكيرهن ورفع الطموح وروح المنافسة لديهن.

واتفقت نتائج هذه الدراسة مع نتائج دراسة (Samuelsson, ٢٠١٠) التي تناولت البراعة الرياضية، وبحثت في تأثيرات طريقتين تدريسيتين: الاعتيادية وحل المشكلات لتدريس الرياضيات، وكذلك دراسة (Lejeune, ٢٠٠٨) التي درست أثر برنامج لتنمية البراعة الرياضية في موضوع الكسور لدى الطلبة الموهوبين، إضافةً إلى دراسة (أبو الرايات، ٢٠١٤) التي تناولت معرفة فعالية نموذج أبعاد التعلم لمارزانو على تنمية البراعة الرياضية.

النتائج المتعلقة بالفرضية الثانية ومناقشتها:

لا توجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq ٠,٠٥$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية (التي تدرس وفق برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية) والمجموعة الضابطة (التي تدرس بالطريقة الاعتيادية) في اختبار التحصيل الرياضي.

ولفحص الفرضية الثانية استخرجت الباحثة المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لتحصيل طالبات المجموعة الضابطة (التي درست بالطريقة الاعتيادية)، والمجموعة التجريبية (التدريس وفق البراعة الرياضية) في الاختبارين القبلي والبعدي، وكانت النتائج كما يوضحه الجدول التالي:

جدول رقم (٣) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات الطلبة في اختبار التحصيل الرياضي القبلي والبعدي تبعاً لمتغير طريقة التدريس

المجموعة	العدد	القبلي (العلامة المدرسية في الرياضيات =٣٠)		البعدي (العلامة = ٢٥)	
		الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري
الضابطة	٣٦	٢١,٣٥	٦,٢١	١٣,٧٥	٥,٥٩
التجريبية	٣٣	٢٢,٥٩	٦,١٦	١٧,٣٩	٥,٥١

يبين الجدول السابق المتوسطات الحسابية لتحصيل الطالبات في الامتحان البعدي، وقد بلغ المتوسط الحسابي للمجموعة الضابطة (١٣,٧٥) بينما بلغ المتوسط الحسابي للمجموعة التجريبية (١٧,٣٩)، وهذا يوضح وجود فروق ظاهرية بين المتوسطات الحسابية للمجموعتين، ولهذا استخدمت الباحثة تحليل التباين الأحادي المصاحب (ANCOVA) لبيان دلالة الفروق الإحصائية بين المتوسطات الحسابية وكانت النتائج كما يوضحه الجدول التالي (٤):

جدول رقم (٤) نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب لأثر استخدام البراعة الرياضية على درجات الطالبات في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التحصيل البعدي

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	F	الدلالة الإحصائية
الاختبار القبلي	٩,٨٢٥	١	٩,٨٢٥	٠,٣١٥	٠,٥٧٦
طريقة التدريس	٢١٦,٨٠٥	١	٢١٦,٨٠٥	٦,٩٦٠	٠,٠١٠
الخطأ	٢٠٥٥,٨٠٤	٦٦	٣١,١٤٩		
المجموع	٢٢٨٢,٤٣٤	٦٨			

*دالة إحصائيا عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥).

يُلاحظ من الجدول (٤:٤) الذي يظهر نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب لأثر استخدام البراعة الرياضية على درجات عينة الدراسة في اختبار التحصيل البعدي تبعاً لمتغير طريقة التدريس أن مستوى الدلالة الإحصائية بلغ (٠,٠١٠)، ولهذا يوجد فروق ذي دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين متوسطي درجات اختبار التحصيل لطالبات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة تعزى إلى طريقة التدريس (الاعتيادية، واستخدام البراعة الرياضية) وذلك لصالح المجموعة التجريبية التي دُرست باستخدام البراعة الرياضية.

وهذا يدل على أن التدريس باستخدام البراعة الرياضية له أثر إيجابي في تحصيل الطالبات مقارنة بالتدريس باستخدام الطريقة الاعتيادية.

وتفسر الباحثة ذلك إلى فاعلية البرنامج التعليمي القائم على البراعة الرياضية الذي هدفه إتقان الطالبة لتعلم الرياضيات الذي تم تحديده وفق خمسة مكونات خاصة بالبراعة الرياضية، وقد زاد من قدرتهنّ على حل مسائل واقعية وزيادة ربط مادة الرياضيات بالواقع، وصياغة مسائل بلغتهن الخاصة، والقيام بحلها، واستخدام الحاسوب وبرمجياته والمواقع التعليمية التي نمّت من مشاركتهنّ ونشاطهنّ وتفاعلهنّ داخل الصف الأمر الذي كونّ اتجاه ايجابي نحو مادة الرياضيات، وجعلهنّ يراقبنّ فهمهنّ للمادة؛ ويمكن إرجاع ذلك إلى أن البرنامج استثار كافة الحواس لديهنّ وطور وأثار اهتمامهنّ وبالتالي أدى إلى إثارة الدافعية للطالبات، والحرص على زيادة التحصيل العلمي لديهن.

فالبراعة الرياضية يمكن تعلمها في المدرسة أو خارجها، أي الاستمرار بأداء المهمة الموكلة للطلبة بدون توقف، وجميعها تفسر وتوضح لماذا تكون بعض محاولات طريقة حل المسألة ناجحة، فالطالبة تفهم معاني العمليات وكيفية ارتباطها مع بعضها البعض، وتنجز الحسابات وتقوم بتطبيق الإجراءات في حل المسائل، كذلك حساب الطلاقة، إضافة إلى ذلك البراعة الإستراتيجية المتمثلة في القدرة على تشكيل مسائل رياضية وإظهارها وحلها، كل هذا يجعل الطالبة قادرة على استخدام المعرفة الرياضية التي تمتلكها وتوظيفها بشتى الأشكال وهذا كله يمكن أن يدعم الطالبات فتصبح الطالبة أكثر فعالية في المراقبة والتنظيم الذاتي وبالتالي يرتفع التحصيل الدراسي لأنها أعطت نفسها فرصة لتستخدم المعرفة الرياضية التي تمتلكها، وبالتالي رؤية الرياضيات كمادة منطقية ونافعة وذات قيمة، فالاعتقاد أصبح عنصراً هاماً حول مادة الرياضيات، كل ذلك كان أساساً للوصول للبراعة الرياضية.

وتتفق هذه الدراسة مع دراسة (Harper, ٢٠١٢) التي تناولت فعالية التدريس المركب في تنمية البراعة الرياضية، ودراسة الجزار (٢٠١٥) التي تناولت الاستيعاب المفاهيمي لدى الطلاب معلمي الرياضيات باللغة الانجليزية حيث أن الاستيعاب المفاهيمي مكون من مكونات البراعة الرياضية، ودراسة أبو الرايات (٢٠١٤) حول فعالية نموذج أبعاد التعلم لمارزانو على تنمية البراعة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الإعدادي، ودراسة عمر (٢٠١٥) أثر برنامج تعليمي قائم على القوة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي فمكونات البراعة الرياضية تتشابه مع مكونات القوة الرياضية لكن البراعة الرياضية أعم وأشمل.

النتائج المتعلقة بالفرضية الثالثة ومناقشتها:

لا يوجد علاقة ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين درجات اختبار التحصيل ودرجات اختبار التفكير الرياضي لطالبات المجموعة التجريبية (التي تدرس وفق برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية).

ولفحص هذه الفرضية قامت الباحثة بحساب معامل ارتباط بيرسون بين علامات طالبات المجموعة التجريبية في الاختبار البعدي وعلاماتهنّ في اختبار التفكير الرياضي البعدي وكانت النتائج كما في الجدول الآتي (٥).

جدول رقم (٥) معامل الارتباط بين التحصيل الدراسي والتفكير الرياضي لدى طالبات المجموعة التجريبية

التحصيل		التفكير الرياضي			
المتوسط	الانحراف	المتوسط	الانحراف	قيمة ر	مستوى الدلالة
١٧,٣٩	٥,٥١	١٢,٩٤	٢,٥٥	٠,٩١٣	*٠,٠٠١

يتضح من الجدول أن قيمة معامل الارتباط بلغت (٠,٩١٣) وهذه قيمة موجبة مرتفعة حيث تفسر هذه القيمة على أن هناك علاقة طردية قوية بين التحصيل الدراسي والتفكير الرياضي، أي أنه يوجد علاقة ذات دلالة إحصائية بين مستوى التحصيل الدراسي والتفكير الرياضي، لدى طالبات الصف السابع الأساسي في المجموعة التجريبية وذلك لأن مستوى الدلالة أقل من (٠.٠٥).

وتعزى هذه النتيجة إلى أن تنمية البراعة الرياضية لدى الطالبات باستخدام أسلوب التدريس القائم على البراعة الرياضية يزيد من مهارات تفكيرهن الرياضي لحل المسائل الرياضية وهذا ينعكس

إيجاباً على تحصيلهن الدراسي، فكلما زادت مهارات التفكير الرياضي لدى الطالبات زاد تحصيلهن الدراسي، والعكس صحيح.

فكلما زادت مهارة التفكير الرياضي زاد التحصيل الدراسي في الرياضيات. ومن أكثر الأساليب انتشاراً لتنمية التفكير الرياضي حل المسائل الرياضية. حيث أن التفكير الرياضي يساعد على حل المشكلات الرياضية.

وتتفق هذه النتائج مع دراسة عمر (٢٠١٥) لاستقصاء أثر برنامج تعليمي قائم على القوة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي، ودراسة عبد العال (٢٠١٥) التي هدفت إلى معرفة أثر استخدام إستراتيجيات التدريس المستندة إلى عمل الدماغ في تنمية التحصيل والتفكير الابتكاري في الرياضيات.

التوصيات:

في ضوء النتائج التي تم التوصل إليها، أوصت الباحثة بالآتي:

١. اهتمام وزارة التربية والتعليم بتوفير بيئة تعليمة مزودة بمعدات وآليات ومواد تعلمية ملائمة ومساعدة للمعلم في تطبيق برنامج البراعة الرياضية.

٢. ضرورة اهتمام المسؤولين والقائمين على إعداد المنهاج التعليمية في فلسطين ولا سيما مادة الرياضيات على أن تراعي وتتضمن مكونات البراعة الرياضية والتركيز عليها وذلك بتنقيح مناهج الرياضيات بما يتماشى مع مكونات البراعة الرياضية، وتوجيه نظر المعلمين إلىأهمية البراعة الرياضية لزيادة دافعية واهتمام الطلاب في مادة الرياضيات.

٣. ضرورة تدريب معلمي الرياضيات بإعداد دورات تدريبية على التعليم وفق البراعة الرياضية كطريقة تدريس، لما لها من نتائج ايجابية على العملية التعليمية.

٤. عقد ورشات عمل تدريبية لتصميم وإعداد برامج وأنشطة تعليمية تعلمية هادفة مرتبطة بمكونات البراعة الرياضية تتيح المجال للتعلم ومعالجة الضعف في التحصيل وتنمية التفكير لمراعاتها للفروق الفردية.

٥. إجراء دراسات أخرى على صفوف أخرى ودراسة تأثير البراعة الرياضية على متغيرات تابعة أخرى إضافة إلى ما ورد في هذه الدراسة من مكوناتها مثل الاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية وغيرها من المتغيرات.

قائمة المصادر والمراجع :

- AbdelA'al, Taqwa Ibraheem (٢٠١٥). The Effect of Using Some Teaching Strategies Based on the Work of Brain in the Development of Achievement and Innovative Thinking in Mathematics among First Grade Students, Vol. (١٨), Mathematics Education Magazine, Egypt.
- Abdelhameed, Abdelnasser Mohammad (٢٠٠٨). Educational program based on the enrichment activities for the development of thinking methods and the trend towards mathematics among primary school students, No. (١٢), Yearbook of Teachers College in Abha.
- AbdelKareem, Hala Mohammad (٢٠١٤). The effectiveness of a proposed program based on mathematical communication in the development of the skills of mathematical thinking among students in the fifth grade primary, Vol. (١٧), Mathematics Education Magazine – Egypt.
- Abdel Qader, Khaled (٢٠١٢). The Impact of the Directive Discovery Method in the Development of Cognitive Thinking and Achievement in Mathematics among Ninth Grade Students in Gaza Governorates, vol. (٢٦), An-Najah University Journal of Human Sciences.
- Abed, Eman & Asha, Entisar (٢٠٠٩). The Effect of Cooperative Learning on the Development of Mathematical Thinking among Sixth Grade Students and Their Attitudes Towards Mathematics, Vol. (٩), No. (١), Zarqa Journal for Research and Humanities, Jordan.
- Abu Al-Rayat, Alaa' Morsi (٢٠١٤). The Effectiveness of Using Marzano's Learning Dimensions Model in Teaching Mathematics on the Development of Mathematical Skill in Preparatory Students, Volume (١٧), Mathematics Education Magazine, Egypt.
- Abu Amira, Mahabat (١٩٩٦): The reality of teaching mathematics in Abu Amira, Educational Mathematics, Studies and Research, Cairo: Library of the Arab Book House, Egypt.
- Abu Ammah, Abdel Rahman Mohammad (٢٠٠٥). Mother of Science the Ship of Developed Countries, No. (١٢٣), Knowledge Magazine, Ministry of Education, Saudi Arabia.
- Abu Zeineh, Fareed & Abayneh, Abdullah (٢٠١٠). Curriculum of mathematics for the first grades. Jordan: Dar Al Masirah for Publishing, Distribution and Printing.
- Abu Zeineh, Fareed & Abed, Eman (٢٠١٢). The development of mathematical thinking ability among Jordanian students through grades ٨-١٠ and their relation to their learning style, Volume (٢٦), An-Najah University Journal of Human Sciences.

- Abu Zeineh, Fareed Kamel (٢٠١٠). Developing and learning school mathematics curricula. ١st Ed., Amman: Dar Wael Publishing, Jordan.
- Al-Essawi, Abdul-Hamid, Zabalawi, Muhammad & Al-Jasmani, Abdul-Ali (٢٠٠٦). Mental abilities and their dialectical relation to educational achievement. Al Wataniya Private School Magazine, Publications of the Ministry of Education, Sultanate of Oman.
- AlJazzar, Fatima & Fattouh, Ahmad (٢٠١٥). Conceptual Understanding of the Engineering Transformations of the Students Mathematics Teachers in English in the Faculty of Education, Journal of Mathematics Education, Volume (١٨) No. (٨) Alexandria University Publications, Egypt.
- Al-Khateeb, Khaled (٢٠٠٤). Evaluating the effectiveness of a training program for mathematics teachers in developing the ability of students in the basic stage of higher mathematical thinking and achievement in mathematics, PhD thesis, Amman Arab University for Graduate Studies.
- Al-Khateeb, Khaled (٢٠٠٩). School Mathematics, Curriculum, Teaching, and Mathematical Thinking, ١st edition, Amman: Arab Society Library for Publishing and Distribution, Jordan.
- Al-Masarwa, Maha Abdelna'eem (٢٠١٢). The impact of teaching according to a strategy based on connectivity and mathematical representation in the mathematical proficiency of the sixth grade students, Master thesis unpublished, Hashemite University, Zarqa, Jordan.
- Al-Mo'thim, khaled ben Abdallah & AlManofi, Sa'eed Jaber (٢٠١٤): Development of mathematical ingenuity A new direction for success in school mathematics, Qassim University publications.
- Al-Qubaisi, Abdelwahid (٢٠١١). The Effect of Using Interactive Teaching Strategy on the Achievement and Mathematical Thinking of Second-Grade Students in Mathematics, Vol. (١٩) No. (٢), Journal of the Islamic University Human Studies Series.
- Al-Qubeilat, Mohammad Ali & Al-Obaidi, Hani Ibraheem (٢٠٠٩). The Impact of Three Strategies for Building Conceptual Maps in the Achievement and Conceptual Understanding of Solving Problems in Mathematics among Grade ١٠ Students, Vol. (٢٢), No. (٩٣), Educational Journal.
- Al-Shazly, Rabee Hamdallah (٢٠١٥). The effectiveness of a suggested strategy in teaching mathematics to develop mathematical thinking skills and mathematical communication skills among elementary school students, Mathematics Education Magazine, Egypt.
- Al-Zahrani, Nisreen Khaled (٢٠١٤). The Effectiveness of Teaching Mathematics Using a Proposed Knowledge-Based Strategy in Developing Mathematical Thinking Skills among First Year Secondary School Students, No. (٢٢), King Khalid University, Journal of Educational Sciences.

- Baba, Rose Mary & Brown Rick (٢٠١٢). Educational and technical specifications of the McGraw Hill series in mathematics (translation and adjustment: Obekan Education). AlReyadh: Obekan Company for research and development.
- Boaler, J. & Greeno, J. G. (٢٠٠٠). **Identity, agency and worlds. In J Boaler (Ed.) Multiple. perspectives on mathematics teaching and learning**. Westport, CT: Ablex, ١٧١-٢٠٠.
- Bosamenter, A. & Stebleman, J. (٢٠٠٤). Teaching Mathematics for Secondary School - Methods and Enrichment Units. (Translation: Hassan AlZaro), University Book Center, Jordan. (Original work published in ٢٠٠٢, Ed.٦).
- Colton, C (٢٠١٠). **Justifying Answers and Providing Explanations for Mathematical Thinking: the impact on Student Learning in a Middle-School Classroom, e MA.T Degree**, University of Nebraska–Lincolnhttp://scimath.unl.edu/MlM/files/research/Colton_AR_FinalLA.pd
- Harper, F(٢٠١٢). **How One Teacher Uses Complex Instrution to Develop Students'Mathematical Proficiency** ,Master of Arts in Education, Stanford University. http://conference. create٤stem. msu.edu/sites/default/files/papers/frances٪٢٠Harper/Stanford٪٢٠MA٪٢٠Thesis_FHarper_final. pdf
- Hureyah, Ali Hussein (٢٠١١). The Effect of Using Systemic Approach in Achievement of First Grade Students in Mathematics, No. (٣٤), The Message of Education and Psychology.
- Jacobs, V. R. , Franke, M. L. , Carpenter, T. P. , &Battey, D. (٢٠٠٧). ***Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school***. **Journal of Research in Mathematics Education, ٣٨(٣), ٢٥٨-٢٨٨.**
- Kilpatrick, K & Saafford, J & Findell, B. (٢٠٠١). **Adding it Up: Helping children learn Mathematics**, National Academy Press Washington, DC.http://www.sjsd.k١٢.mo.us/cms/lib٣/MO٠١٠٠١٧٧٣ /Centricity/٢٠it٪٢٠Up. pdf
- MacGregor, D. (٢٠١٣). **Academy of math Developing Mathematical Proficiency. EPS Literacy and Intervention**.
- Mercer, C, (١٩٩٧). **Students with learning Disabilities**, prentice. Hall,Amazon. com, U. S. A.
- Mohsen, Ahmad Mohammad Jawad (٢٠٠٧). Educational Views in Teaching Mathematics, ١st edition, Damascus: Dar Kiwan, Syria.
- Moodley, V. G. (٢٠٠٨). **A description of mathematical proficiency, in number skills,of grade ten leaners in both the Mathematics Licteracy cohorts at a North Durban school**, Master degree of Education , Faculty of Education, University of KwaZulu-Natal.

- Moseley, l. j (٢٠١٢). **The impact of analyzing correct versus incorrect student work samples on students mathematical proficiency**, april, University of Tennessee. http://works.bepress. com/cgi/viewcontent.cgi?artical=١٠٠٣&context=moseley.
- National Center for Education Statistic (٢٠٠٢). **What Does the NAEP Mathematics A assessmentMeasure?** http://nces. ed. gov/nationsportcard/ .
- National Research Council [NRC]. (٢٠٠١). Adding it up: Helping children learn mathematics**.** J. Kilpatrich, J. Swafford, and B. Findell (Eds)**.** Mathmatics Learning Study Committee, Center For Education, **Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington**, DC: National Academy Press.
- Oakes, J., Joseph, R., & Muir, K. (٢٠٠٣). **Access and achievement in mathematics and science: Inequalities that endure and change**. In J. A.Banks & C. A. McGeeBanks (Eds.), Handbook of research on multicultural education (pp. ٦٩-٩٠). San Francisco: Jossey-Bass.
- Obaid, Wiliam (٢٠٠٤). Teaching mathematics to all children in light of the requirements of standards and culture of thinking. Amman: Dar Al Masirah.
- Omar, Amal Rasheed (٢٠١٥). The impact of an educational program based on the Mathematical strength in the achievement and mathematical thinking of the students of the seventh grade in the province of Nablus, a master's thesis, An-Najah National University.
- Pianta, R. C, Belsky, J., Houts, R., & Morrison, F. (٢٠٠٧). **Opportunities to learn in America's elementary classrooms**. Science, ٣١٥(٥٨٢٠), ١٧٩٥-١٧٩٦.
- Principles and Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (٢٠٠٠). **National Standards For School Mathematics**. Reston, VA:NCTM.
- Rivkin, S (٢٠١٠). **Teachers, schools, and Academic Achievement Ecomomtrica**, ٧٣(٢):٢٠-٩٠
- Samuelsson, J. (٢٠١٠). **The Impact of Teaching Approaches on Students Mathematicail Proficiency in Sweden**, International Electronic Journal of Mathematics. Education, ٥(٢), ٦١–٧٨, July. http://www. iejme. come/٠٢٢٠١٠/d٢. pdf
- Sehoenberger, Kathleen M. and Liming, Lori Ann. (٢٠٠١). **Improving Students' Mathematical Thinking Skills through Improve Use of Mathematics Vocabulary and Numerical Operations**. Eric, ED (٤٥٥١٢٠).
- Siegler, R. & et al (٢٠١٣). **Early Predictors of High School Mathematics Achievement, Institute for Educational Sciences (IES)**, grant numbers R٣٢٤C١٠٠٠٠٤ and R٣٠٥A٠٨٠٠١٣.
- Subuh, Wajeeh Ahmad Hussein (٢٠١٤). The Effect of Using Mathematical Thinking Patterns on the Achievement and Trends of Eighth Grade Students in Mathematics in Government Schools in Nablus Governorate, Master Thesis, An - Najah National University.

- Wethall, N (٢٠١١). **The Impact of Mathematical Modeling on Student Learning and Attitudes**, Master in Educationhttp://archives.evergreen.edu/mastertheses/Accession٢٠١٠٣Med/٢٠١١/Weth all -Nicola MEd ٢٠١l.pdf
- Zhonghe, W. (٢٠٠٨). ***Using the MSA Model to Assess Chinese Sixth Graders' Mathematics Proficiency*, Journal of Mathematics .Education, December, (١),** ٧٤-٩٥http://eucationforatoz.com/ images/_٧-٨٧٤٧ Using the_ MS A_Model_to-Assess_Chinese-٦th_Graders.pdf