

فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي- الواقع المعزّز) لتنمية مهارات الحسّ المكاني لدى تلاميذ الصف السادس الأساسى بمادة الرياضيات فى فلسطين

Efficacy of A Mathematical modeling-based Program Involves Applications of (Interactive Computer - Augmented Reality) And Its Role In Developing Spatial Sense Among Sixth Grade Mathematics Students In Palestine

إعداد

أ.م. د سهيل حسين صالحة

أستاذ ورئيس قسم المناهج وطرق
التدريس المساعد - كلية العلوم
التربوية- جامعة النجاح الوطنية

أ.د وفاء مصطفى كفاني

أستاذ المناهج وطرق التدريس -
كلية الدراسات العليا للتربية -
جامعة القاهرة
wmkefafa@gmail.com

عبدالرحمن محمد صادق أبوسارة

باحث دكتوراه - قسم المناهج وطرق
التدريس - كلية الدراسات العليا للتربية -
جامعة القاهرة
a.abusarah@hotmail.com

مستخلص:

يهدف هذا البحث إلى تقصى فاعلية استخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية، باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) فى تنمية مهارات الحسّ المكاني، لدى تلاميذ الصف السادس الأساسى بمادة الرياضيات فى فلسطين، وتكونت عينة الدراسة من (112) تلميذاً تم تقسيمهم إلى ثلاث مجموعات: المجموعة التجريبية الأولى بلغ عددها (37) تلميذاً درست باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلية، والمجموعة التجريبية الثانية بلغ عددها (37) تلميذاً درست باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الواقع المعزّز، والمجموعة الثالثة الضابطة بلغ عددها (38) تلميذاً درست بواسطة الطريقة الاعتيادية، وتم إعداد أداة البحث وهى: اختبار مهارات الحسّ المكاني وتضمن المهارات الآتية: (إدراك صورة خلفية، النمذجة، إدراك ثبات الشكل، إدراك العلاقات الهندسية، التمييز البصرى، الإنشاءات الهندسية)، وأظهرت نتائج البحث وجود فروق ذات دلالة إحصائية ($\alpha=0.05$) بين متوسطات المجموعات الثلاثة فى اختبار الحسّ المكاني البعدى، لصالح المجموعتين التجريبيتين.

مصطلحات البحث: النمذجة الرياضية، الحاسوب التفاعلي، الواقع المعزّز، الحسّ المكاني

Abstract-:

This research aims to investigate efficacy of using a mathematical modeling-based program that involves applications of (interactive computer - Augmented Reality), and its role in developing spatial sense skills among six grade mathematics students in Palestinian schools. The research sample consisted of (112) students, divided into three groups: The first experimental group was (37) students, they learned mathematics using a mathematical modeling-based program that involves applications of interactive computer; the second experimental group was (37) students who learned mathematics using a mathematical modeling-based program that involves applications of augmented reality; while the third group (control group) was (38) students who learned mathematics according to the usual method. The research tool was prepared as the following: A test of spatial sense skills that included (realization of background image, recognition of geometric shapes and models, realization of shape stability, realization of geometric relationships, visual discrimination and geometric constructions). The research results showed that - in the posttest of spatial sense - there is a statistically significant difference ($\alpha=0.05$) between the averages of the three groups, in favor of the two experimental groups.

Key Words:

Spatial Sense - Mathematical Modeling - Interactive Computer - Augmented Reality

المقدمة:

تواجه منظومة التعليم المعاصرة مجموعة من التحديات التي تؤثر على سير العملية التعليمية بشكل كبير ومضطرد، وتأتي في مقدمة تلك التحديات: التقدم الحاصل في تكنولوجيا المعلومات والاتصالات والتي أثرت على جميع مناحي الحياة المختلفة، حتى وصل الأمر لنتيبت مئات التطبيقات الحديثة في جهاز الحاسوب أو الهاتف الذكي والذي يكون في معظم الأحيان ملكاً لأحد التلاميذ، مما ساهم في دفع القائمين على مناهج تعليم الرياضيات بالتوجه نحو هذا التقدم الحاصل للاستفادة منه وتوظيفه في التعليم والتعلم، وذلك لما تمتاز به الرياضيات من خصائص تختلف عن العلوم الأخرى.

يشير تقويم المناهج الذى قام به المركز القومى للبحوث التربوية والتنمية إلى وجود نواحي قصور عديدة فى مناهج الرياضيات منها: "العرض المباشر فى موضوعات عديدة"، وأنه ينبغى على المدرسين العدول عن العرض المباشر إلى طرق أكثر فاعلية (عيد أبو المعاطى، ٢٠٠٩، ١٢٨).

وتظهر القيمة الحقيقية للرياضيات بشكل واضح عندما يتم إشتقاقها من الواقع الذى يحيط بالتلاميذ فى حياتهم اليومية أو من المجتمع الذى يعيشون فيه، ومن هنا يكون من المهم أن يتعلم التلاميذ ويتدربوا على ترجمة الواقع الحياتى والنماذج المحيطة بهم الى صيغ رياضية مناسبة تمكنهم من فهم العديد من الظواهر الحياتية وتفسيرها، وهو ما يطلق عليه بالنمذجة الرياضية (حسن الجندى، ٢٠١٤، ٥٣).

وتعدّ النماذج الرياضية تقنية مهمة، تساعد فى مراعاة الفروق الفردية ومستويات التلاميذ، فدائماً نلجأ إلى النماذج فى تقديم موقف حقيقى فى صورة مبسطة أو مجردة، وذلك لكى يتاح للتلاميذ التدريب بصورة مناسبة وفعالة بأقل تكلفة، فقد يتطلب الشرح أحياناً إلى تمثيل بعض الظواهر التى تحدث ولا يمكن ملاحظتها، نظراً لصغرها أو لبعدها الزمانى والمكانى (عباس المشهدانى، ٢٠١٢، ١٨٧). كما يعدّ النموذج الرياضى تمثيلاً رياضياً يربط ما بين ظاهرة معينة (النموذج الحقيقى) والعوامل أو العناصر المرتبطة بها، وتأتى النماذج الرياضية على هيئة رسوم أو أشكال هندسية أو جداول ومعادلات رياضية، يمكن استخدامها لتوضيح المشكلات الرياضية وحلها (فريد أبوزينة، ٢٠٠٧، ٢٩). وينظر إليها أيضا بأنها محاكاة لمشاكل العالم الحقيقى وفق الشروط الرياضية، من خلال إيجاد حلول لتلك المشكلات باستخدام نموذج رياضى يمكن التعامل معه بصورة أبسط من تعقد المشكلة فى العالم الحقيقى، وبعد ذلك ترجمة الحلول فى سياق العالم الواقعى (Ang Keng, 2001, 67).

وتهدف النمذجة الرياضية إلى مساعدة التلاميذ على فهم المشكلة من خلال تطبيقها على الحياة الواقعية، ومساعدتهم على تحديد العمليات ورفض الإجابات غير المحتملة بالإضافة إلى تزويدهم بالقدرة على تحليل المشكلة على نحو صحيح، والأكثر أهمية من ذلك هو خبراتهم النافعة المفيدة فى رسم صورة للمشكلة الواقعية (رمضان بدوى، ٢٠١٩، ٢٩٥).

ولقد تأثر التعليم فى ضوء النمذجة الرياضية بمجموعة عوامل، كان من أهمها: تطور تكنولوجيا المعلومات وأدواتها والاتصالات الحديثة، خاصة تلك الأدوات المعتمدة على الحاسوب بجانبه: المادى والبرمجى، مما ساهم فى بلورة توجه جديد قائم على توظيف التكنولوجيا فى تعليم الرياضيات، وبرزت تطبيقات الحاسوب التفاعلية والواقع المعزّز كأهمّ المستحدثات التكنولوجية التى يمكن توظيفها فى التعليم والتعلم.

ويقدم الحاسوب مجموعة من الأدوات والتقنيات المختلفة، التي تؤهله للقيام بدور فعّال في تعليم الرياضيات وتعلمها، وذلك بإضفاء الحيوية والواقعية والتجديد في طرق التعليم والتعلم، والمساعدة على شدّ انتباه المتعلم، وتطبيق رؤية عصرية للتعليم وإعطاء تغذية فورية للمتعلم، والمساهمة في إعطاء حلول جديدة وواقعية للمشكلات التربوية التي يواجهونها (عبدالرحمن أبوسارة، ٢٠١٦، ٢).

وفي الجانب الآخر نجد تطبيقات الواقع المعزّز، كأحد أهمّ التطبيقات التكنولوجية التي تتيح دمج بيانات الواقع الافتراضي والبيئات الواقعية من خلال تطبيقات تسمح بإضافة بيانات رقمية وتركيبها باستخدام طرق عرض رقمية للواقع الحقيقي للبيئة المحيطة بالمستخدم، وغالباً ما يرتبط الواقع المعزّز بأجهزة إلكترونية يمكن ارتداؤها أو أجهزة ذكية يمكن حملها (Larsen, Bogner, Buchholz & Brosda, 2011, 41).

وتأكيداً على ذلك دعا المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات (National Council of Teachers of Mathematics –NCTM) إلى بناء سياسات تربوية تستخدم التكنولوجيا لدراسة الرياضيات، بحيث يتمكن المتعلم من تلقى برامج تعليمية في الرياضيات على مستوى كبير، وذلك لقدرة التكنولوجيا على دعم التعليم من خلال تجسيد الأفكار الرياضية بصورة مرئية، وتسهيل عملية تنظيم البيانات وتخزينها وتحليلها واسترجاعها بطرق مختلفة (NCTM, 2000, 24).

وفي ضوء ما سبق، يتوجب على التلاميذ تعلم التفكير رياضياً، ويجب عليهم التفكير رياضياً ليتعلموا، ولا يتأتى ذلك إلّا من خلال توظيف المحيط الذي يتفاعل معه التلاميذ باعتباره نموذجاً للرياضيات، ومن هنا تبرز أهمية امتلاك التلاميذ للحسّ الرياضي وخاصة المكانى منه.

حيث ينظر إلى الحسّ المكانى Spatial Sense على أنه جزء مهمّ ومكوّن أساسي من "الحسّ الرياضي" Mathematical Sense وضرورة لفهم موضوعات هندسية عديدة، وتقديرها في العالم الواقعي الذي يعيش فيه الطالب، وبالتالي يشير هذا المفهوم إلى الشعور البدهي بالأشكال والأجسام في الفراغ، والقدرة على فهم العالم الخارجي، ممّا يدفعنا إلى اعتباره أحد أهمّ أهداف تدريس الهندسة الحديثة في الصفوف الدراسية (زكريا الحناوي، ٢٠١١، ٣٥٢). كما أنه يساعد على فهم وتقدير العديد من السمات الهندسية، فيستطيع التلميذ من خلالها تمثيل الأشياء ووصفها، وتحديد العلاقات المتبادلة بينها في الفراغ، والإحساس القوي بالمكان والكفاءة في استخدام المفاهيم وتشكل لغة لدعم استيعاب التلاميذ للعدد والقياس (رمضان بدوي، ٢٠٠٧، ٤٥).

وأشارت العديد من الوثائق العالمية والمراجع والدراسات التربوية المختصة في مجالات مناهج الرياضيات وتدريسها وتقويمها ومنها: (NCTM, 2000)، (ACMCG, 2004)، ناصر عبدالحميد (٢٠٠٧)، فريد أبوزينة (٢٠١٠)، رمضان بدوي (٢٠١٩) إلى أهمية تنمية مهارات الحسّ

المكانى باعتبارها من أهمّ المعايير الرئيسية لتقويم أداء التلاميذ لتعلم الرياضيات، وقد وصفتها بأنها المخرج الأساسى من تدريس الهندسة بالمرحلتين: الابتدائية والأساسية، مما يؤكد على ضرورة البحث عن الأساليب والطرق والإجراءات المناسبة لتنمية مهارات الحسّ المكانى:

وأشارت العديد من الدراسات السابقة إلى فاعلية استخدام بعض التطبيقات التكنولوجية فى تنمية مهارات كثيرة فى الرياضيات وخاصة المرتبطة بمهارات الحسّ المكانى نذكر منها:

دراسة **وليد محمد (٢٠١٥)** والتي أظهرت فاعلية استخدام تطبيقات الهندسة التفاعلية فى تنمية مهارات الحسّ المكانى لدى التلاميذ، ودراسة **عبدالرحمن خافض (٢٠١٣)** والتي أظهرت فاعلية استخدام المدخل البصرى بمساعدة الحاسوب، فى تنمية الحسّ المكانى لدى التلاميذ، ودراسة **عبدالجواد بهوت (٢٠١٠)** التي أظهرت فاعلية إستراتيجيتين للتعلم باستخدام الحاسوب متعدّد الوسائط على تنمية الحسّ المكانى والتفكير الهندسى لدى التلاميذ، ودراسة **سهيل صالحه وعدنان عابد (٢٠١٤)** التي أظهرت فاعلية استخدام برنامج حاسوبى فى تنمية القدرة المكانية لدى التلاميذ، ودراسة **تهانى الفهد (٢٠١٨)** والتي توصلت إلى فاعلية استخدام تطبيقات الواقع المعزّز فى تنمية الاستيعاب المفاهيمى، ودراسة **سامية جودة (٢٠١٨)** والتي توصلت إلى فاعلية استخدام تطبيقات الواقع المعزّز فى تنمية مهارات حلّ المشكلات الحسابية.

الإحساس بالمشكلة:

لقد نبغ إحساس الباحثون بمشكلة البحث من خلال مصادر أساسية وهى:

أولاً: الدراسة الاستطلاعية:

قام الباحثون بإجراء دراسة استطلاعية على بعض تلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين بلغ عددهم (٧٠) تلميذاً، فى إحدى مدارس محافظة جنين (الضفة الغربية) وذلك من خلال اختبار الحسّ المكانى، وقد أشارت النتائج إلى حصول التلاميذ على معدل (٤٣%) وبهذا يرى الباحثون ضرورة وجود حاجة لتنمية مهارات الحسّ المكانى لدى التلاميذ فى فلسطين.

ثانياً: الدراسات السابقة:

أشارت العديد من الدراسات السابقة، على ضعف التلاميذ فى مهارات الحسّ المكانى، نذكر منها:

دراسة **زكريا الحناوى (٢٠١١)** التي أشارت إلى ضعف مستويات التلاميذ فى مهارات الحسّ المكانى وإلى قصور واضح فى استخدام الاستراتيجيات والطرق والأنشطة التي تهدف إلى تنميتها، وأوصت الدراسة بضرورة استخدام استراتيجيات وأنشطة تسهم فى تنمية الحسّ المكانى، وضرورة

التركيز على الحسّ المكاني عند تقويم تعلم التلاميذ باعتباره أحد المخرجات المهمة في تعلم الرياضيات وتعليمها.

ودراسة رشا صبري (٢٠١٢) التي أشارت إلى ضعف مستوى مهارات الحسّ المكاني لدى التلاميذ على الصعيد العالمي، وإلى قلة اهتمام الدراسات العربية في مهارات الحسّ المكاني في الهندسة، وقد أوصت الدراسة: بضرورة توظيف المستحدثات التكنولوجية بهدف تنمية الحسّ المكاني لدى التلاميذ، وجعل الرياضيات مادة مشوقة وجذابة.

واستناداً على ما سبق، يأتي هذا البحث لتقصي فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) في تنمية مهارات الحسّ المكاني لدى تلاميذ الصف السادس الأساسي بمادة الرياضيات في فلسطين.

تحديد مشكلة البحث:

تحدد مشكلة البحث في ضعف مستوى تلاميذ الصف السادس الأساسي في مهارات الحسّ المكاني ولحلّ هذه المشكلة، يحاول البحث الإجابة عن السؤال الرئيس الآتي: "ما فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي-الواقع المعزّز) في تنمية مهارات الحسّ المكاني لتلاميذ الصف السادس الأساسي بمادة الرياضيات في فلسطين؟" ويتفرع عن هذا السؤال الرئيس، التساؤلات البحثية الفرعية الآتية:

١. ما التصور المقترح للبرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي-الواقع المعزّز) في تنمية مهارات الحسّ المكاني لتلاميذ الصف السادس الأساسي بمادة الرياضيات في فلسطين؟.

٢. ما فاعلية البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) في تنمية مهارات الحسّ المكاني لتلاميذ الصف السادس الأساسي بمادة الرياضيات في فلسطين؟.

أهداف البحث:

يهدف هذا البحث إلى:

١. تنمية مهارات الحسّ المكاني لتلاميذ الصف السادس الأساسي بمادة الرياضيات في فلسطين.
٢. تقديم برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) لدى تلاميذ الصف السادس الأساسي بمادة الرياضيات في فلسطين.

٣. معرفة فاعلية البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) لتنمية مهارات الحسّ المكاني لتلاميذ الصف السادس الأساسي في فلسطين.
٤. مقارنة استخدام نمطى من النمذجة الرياضية: المستندة على تطبيقات الحاسوب التفاعلي، والمستندة على تطبيقات الواقع المعزّز، من حيث قدرتهما على تنمية مهارات الحسّ المكاني لدى تلاميذ الصف السادس الأساسي في فلسطين.

أهمية البحث:

يتوقع أن تفيد نتائج هذا البحث كلاً من المتعلمين والمعلمين والموجهين ومخططي المناهج ومطوريهما على التخصيص الآتى:

١. بالنسبة للمتعلمين: مساعدة تلاميذ الصف السادس الأساسي، على القيام بالنمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) لتنمية مهارات الحسّ المكاني، ومساعدتهم على اكتشاف معلومات جديدة، من خلال تفاعلهم مع مجموعة من المواقف الحقيقية التي يمكن معالجتها بواسطة النمذجة الرياضية عبر تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) بدلاً من تقديمها لهم بطريقة مباشرة وهذا يساهم في تحقيق التفاعل والإيجابية خلال عملية التعليم.
٢. بالنسبة للمعلمين والمشرفين: توجيه أنظار معلمى الرياضيات إلى ضرورة الاهتمام بمهارات الحسّ المكاني، وتعرفهم على الأساليب الحديثة وطرقها القائمة على التكنولوجيا، وذلك لتسهيل عملية التعلم والتعليم وتيسير أداء كل من المعلم والمتعلم لها.
٣. بالنسبة لمخططي ومطوري المناهج: تمكينهم من تدعيم المناهج التعليمية بمدخل حديث لتدريس الرياضيات، وذلك باستخدام النمذجة الرياضية بتطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز).
٤. بالنسبة للباحثين في مجال المناهج وطرق التدريس: وذلك من خلال تقديم بعض التوصيات والمقترحات التي قد تفتح مجالات لأبحاث ودراسات أخرى مستقبلية لتطوير الرياضيات المدرسية والمجالات الدراسية الأخرى لجميع المراحل التعليمية.

منهج البحث:

استخدم الباحثون المنهج شبه التجريبي؛ لاستقصاء فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية بتطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) في تنمية مهارات الحسّ المكاني لتلاميذ الصف السادس الأساسي في فلسطين.

عينة البحث:

تمّ اختيار ثلاث مجموعات من تلاميذ الصف السادس الأساسي، بلغ عددها (١١٢) تلميذاً، في مديرية التربية والتعليم قباطية/الضفة الغربية، وتمّ تعيين المجموعات الثلاثة بشكل عشوائي، حيث

احتوت المجموعة التجريبية الأولى على (٣٧) تلميذاً، والمجموعة التجريبية الثانية على (٣٧) تلميذاً،
والمجموعة الثالثة (الضابطة) احتوت على (٣٨) تلميذاً.

حدود البحث:

اقتصر هذا البحث في تعميم نتائجه على ما يأتي:

- أولاً: الحدود المكانية: عينة من تلاميذ الصف السادس الأساسي بمدرتي: (ابن البيطار الأساسية الثانية وذكر قباطية الأساسية الغربية)، وهما من المدارس الحكومية في الضفة الغربية/ فلسطين.
- ثانياً: الحدود الزمانية: تم تطبيق البحث الحالي في الفصل الدراسي الثاني من العام ٢٠١٨/٢٠١٩م.
- ثالثاً: الحدود الموضوعية:

- محتوى وحدتي: النسبة المئوية والهندسة والقياس بالفصل الدراسي الثاني من كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي المقرر من قبل وزارة التربية والتعليم الفلسطينية.
- مهارات الحسّ المكاني التي تضمنها البحث: إدراك صورة خلفية، إدراك الأشكال والنماذج الهندسية، إدراك ثبات الشكل، إدراك العلاقات الهندسية، التمييز البصري، الإنشاءات الهندسية.
- النماذج التي تم استخدامها في مراحل النمذجة الرياضية هي: النموذج الواقعي (البيئة الحقيقية)، النموذج الرقمي (البيئة الرقمية)، النموذج الرياضي (البيئة الرياضية).
- التطبيقات التي تم استخدامها في هذه الدراسة هي: جيوجبرا Geogebra بإصداره Geogebra Classic 6 كأحد تطبيقات الحاسوب التفاعلي وتطبيق Hp Reval كأحد تطبيقات الواقع المعزّز.

الإطار النظري للبحث:

المحور الأول: الحسّ المكاني Spatial Sense:

يعدّ الحسّ المكاني من الأسس الضرورية لفهم العديد من السمات الهندسية وتقديرها في عالمنا، فينظر إليه كجزء مهمّ ومكوّن أساسي من "الحسّ الرياضي" Mathematical Sense وضرورة لفهم موضوعات رياضية عديدة وتقديرها في العالم الحقيقي الذي نعيشه، فيستطيع التلاميذ من خلاله القيام بتمثيل الأشياء ووصفها، وتحديد العلاقات المتبادلة في الفراغ، بالإضافة إلى تنمية إحساسهم بالمكان وخصائصه، وفيما يأتي سيتناول الباحثون مفهوم الحسّ المكاني بشيء من التفصيل.

أولاً: مفهوم الحسّ المكاني:

يعرف المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 1989, 48) الحسّ المكاني، بأنه "استيعاب وإدراك عالمنا الخارجي بصورة هندسية، ويعدّ الرؤى حول الأشكال الهندسية ثنائية

الأبعاد وثلاثيتها، بالإضافة إلى إدراك خصائصها، والعلاقات المتداخلة بين الأشكال المختلفة وتأثير التغييرات على تلك الأشكال، جوانب مهمة للحسّ المكاني". كما يعرف رمضان بدوى (٢٠٠٧، ٤٥) الحسّ المكاني بأنه "وعى حدسى للبيئة المحيطة وللأشياء والأجسام الموجودة فيها، ويعدّ التبصر والفهم العميق والحدس حول خصائص الأشكال ثنائية الأبعاد وثلاثيتها، وإدراك العلاقات المتبادلة بين الأشكال، وإدراك الحركة على الأشكال، من أهم سمات الحسّ المكاني لدى التلاميذ". بينما يعرف وليم عبيد (٢٠٠٤، ٣٩) الحسّ المكاني بأنه "شعور حدسى بما يحيط بالتلميذ من أماكن وأشياء موجودة بها". أما ناصر عبد الحميد (٢٠٠٧، ٢٨٧) يعرفه بأنه "الإحساس القائم على البديهية حول الأشكال والفراغ، ويرتبط بالمفاهيم الهندسية بصفة عامة، مع ضرورة توظيف المعرفة المفاهيمية الهندسية في إدراك العالم الحقيقي".

وما تم عرضه يتضح التقاء التعريفات على أنه شعور أو إحساس أو إدراك التلميذ للبيئة المحيطة وما تحتويها من أشياء (أشكال ثنائية الأبعاد وثلاثيتها)، بينما نرى التقاء كل من: المجلس القومى لمعلمى الرياضيات (NCTM, 1989) ورمضان بدوى (٢٠٠٧) وناصر عبد الحميد (٢٠٠٧) على ربط إحساس التلميذ وإدراكه لعلم الهندسة والمفاهيم المرتبطة بها، وقد تمّ تحديد بعض المظاهر مثل: فهم خصائص الأشكال ثنائية الأبعاد وثلاثيتها، بالإضافة إلى إدراك العلاقات بين الأشكال الهندسية كأبرز مظاهر الحسّ المكاني لدى التلاميذ.

ويعرف الباحثون الحسّ المكاني إجرائياً، بأنه: قدرة تلميذ الصف السادس الأساسى على تحديد الأشكال الهندسية فى البيئة المحيطة به من حيث: أبعادها ومواقعها واتجاهاتها، وما يرتبط بها من مفاهيم وتمثيلات وعلاقات.

ثانياً: مهارات الحسّ المكاني:

بالرجوع إلى العديد من الأدبيات والدراسات السابقة التى تناولت موضوع الحسّ المكاني، لاحظ الباحثون تنوع الآراء المتعلقة بتحديد المهارات التى يحتويها الحسّ المكاني، وذلك نظراً لتباين التوصيف الدقيق لمصطلحه، وتداخله مع متغيرات أخرى قريبة مثل: (التفكير البصرى، الذكاء المكاني، القدرة المكانية)، ويمكن تعريفها وفقاً للأدبيات والدراسات السابقة ذات الصلة كالتالى:

حدّد (Nes & Lange, 2007, 215) مهارات الحسّ المكاني "الإدراك البصرى المكاني ودراسة الأشكال الهندسية والنماذج والأنماط الهندسية وإدراك الأشكال ثنائية الأبعاد وثلاثيتها فى الفراغ (التوجه المكاني) وإدراك العلاقات الهندسية". كما حدّد ناصر عبيد (٢٠٠٧، ٢٨٨) مهارات الحسّ المكاني " إدراك الأبعاد والأشكال (المفاهيم المكانية) والإنشاءات الهندسية والتصور البصرى والذهنى والتمثيلات والأنماط والنماذج الهندسية والتحويلات الهندسية". بينما يحدّد زكريا الحناوى

(٢٠١١، ٣٦١) مهارات الحسّ المكاني " إدراك الأشكال الهندسية والتصور البصري المكاني والتحويلات الهندسية والعلاقات والنماذج والأنماط الهندسية". وترى أمينة عساف (٢٠١٥، ٢٧٠) أن الحسّ المكاني يتضمن " إدراك موضع الأشياء في الفراغ وإدراك العلاقات المكانية وثبات الإدراك وإدراك العلاقة بين الشكل والأرضية ومهارة التآزر البصري الحركي". أما رمضان بدوى (٢٠٠٨، ١٨١) يعرفها " إدراك العلاقة بين الشكل والأرضية وتمييز الأشكال المتضمنة في الخلفية وثبات الإدراك الحسّي وإدراك موقع الأشياء في الفراغ وإدراك العلاقات الهندسية والتميز البصري والذاكرة البصرية". كما حدّدت رشا صبرى (٢٠١٢، ٤٩) مهارات الحسّ المكاني "مهارة التصور، والتجربة الذهنية وتمثيلها والتنبؤ والتقدير التقريبي والحساب الذهني وتكوين وتوسع الأنماط والمهارات الحياتية". ويرى عبدالجواد بهوت (٢٠١٠، ١٤١) أن الحسّ المكاني يتضمن المهارات "إدراك المفاهيم المكانية، إدراك العلاقات الهندسية، التمييز البصري المكاني، الإنشاءات الهندسية، ومستويات التفكير الهندسي". وتحدّد سامية جودة (٢٠١٠، ٢٥٢-٢٥٤) مهارات الحسّ المكاني "وصف الأشكال الهندسية وتحديد العلاقات الهندسية والتميز البصري والتنبؤ والتمثيل الهندسي والحساب الذهني والمهارات الحياتية". ويحدّد عبدالرحمن خافض (٢٠١٣، ٧١) مهارات الحسّ المكاني "معرفة الأشكال والأبعاد والمجسمات والإنشاءات الهندسية والتصور البصري والذهني وإدراك العلاقات المكانية".

وبناءً على ما تقدم، يتضح النقاء جميع الأدبيات والدراسات السابقة (باستثناء ناصر عبيدة) عند تحديد مهارتي: "إدراك الأشكال الهندسية" و"إدراك العلاقات الهندسية"، بينما اتفق كل من: نيس ولانج (Nes & Lange, 2007) وناصر عبيدة (٢٠٠٧) وزكريا الحناوي (٢٠١١) عند تحديد مهارة "إدراك النماذج والأنماط الهندسية"، والتقى كل من: أمينة عساف (٢٠١٥) ورمضان بدوى (٢٠٠٨) عند تحديد مهارة "ثبات الإدراك"، والتقى كل من: عبدالرحمن خافض (٢٠١٣) وناصر عبيدة (٢٠٠٧) عند تحديد مهارة "الإنشاءات الهندسية"، والتقى كل من: عبدالجواد بهوت ورمضان بدوى (٢٠٠٨) عند تحديد مهارة التمييز البصري، والتقت كل من: سامية جودة (٢٠١٠) ورشا صبرى (٢٠١٢) عند تحديد المهارات الحياتية كأحد مهارات الحسّ المكاني الرئيسية.

ويشير الباحثون إلى تعدّد التسميات المتعلقة بإدراك التلاميذ للأشكال الهندسية، مثل: "معرفة الأشكال والأبعاد" و"إدراك الأشكال الهندسية" و"النماذج والتمثيلات والأنماط الهندسية" و"المهارات الحياتية" وقد استخدم الباحثون مصطلح "إدراك الأشكال والنماذج الهندسية" للدلالة عن المهارات السابقة.

و في ضوء ذلك يمكن تحديد مهارات الحس المكاني في هذا البحث بما يأتي:

١. التمييز البصري.

٢. إدراك الأشكال والنماذج الهندسية.

٣. إدراك العلاقات المكانية.

٤. الإنشاءات الهندسية.

٥. إدراك صورة خلفية.

٦. إدراك ثبات الشكل.

وفيما يلي توضيح لكل منهم:

١. التمييز البصري:

يعرف حسن سليمان (٢٠١٥، ٥٢) التمييز البصري، بأنه "إدراك التلميذ للشكل البصري المعروف وتمييزه عن الأشكال الأخرى، مع إدراك أن الشكل البصري يمثل المعلومات التي وضع من أجلها، سواء أكان هذا الشكل رموزاً أو صوراً أو رسوماً بيانية أو مسائل مرسومة". بينما تعرف مي أبوبكر (٢٠١٧، ٣٤٩) التمييز البصري، بأنه "القدرة على التعرف على الحدود الفارقة والمميزة لشكل معين عن بقية الأشكال المتشابهة عن طريق (اللون، الأبعاد، الحجم)". كما يعرف رمضان بدوي (٢٠٠٨، ١٨١) التمييز البصري، بأنه "ملاحظة التلميذ للمتشابهات والاختلافات بين الأشياء والأشكال". وبناءً على ما تقدم يلاحظ التقاء التعريفات السابقة عند مفهوم التمييز البصري الذي يشير إلى قدرة التلميذ على تحديد خصائص الشكل البصري المعروف وملاحظة المتشابهات والاختلافات بينه وبين الأشكال الأخرى من حيث (الأبعاد، الحجم، المساحة، اللون).

٢. إدراك صورة خلفية:

تعرف مي أبوبكر (٢٠١٧، ٣٥١) مهارة إدراك صورة خلفية، بأنها "قدرة التلميذ على التعرف على شكل محدد وتمييزه عن الأرضية أو الخلفية المحيطة به". كما يعرف رمضان بدوي (٢٠٠٨، ١٨١) مهارة إدراك صورة خلفية، بأنها "قدرة التلميذ على تمييز الأشكال المتضمنة في خلفية متعددة الأشكال". وتعرفها سحر محمد (٢٠١٤، ٣٩١) بأنها "قدرة التلميذ على اختيار المثبرات المطلوبة من بين مجموعة من المثبرات المتشابهة في بيئة متعددة المثبرات، وترتبط بشكل أساسي بالانتباه الانتقائي وسرعة الإدراك".

وبالتالي يمكن التوصل إلى أن مهارة إدراك صورة خلفية تشير إلى: قدرة التلميذ على تحديد شكل معين وتمييزه عن الأشكال المتضمنة في وضعية متعددة الأشكال.

٣. إدراك ثبات الشكل:

يرى السيد عبدالحميد (٢٠٠٣، ٧٦) بأن مفهوم إدراك ثبات الشكل يعني "عدم تغير طبيعة المدرك البصري (الأشكال) من حيث (الأبعاد، الحجم، المساحة، اللون، العمق) مهما اختلفت مسافة

النظر إليه أو أبعاد مكوناته أو اختلاف الظروف المحيطة به". بينما يرى رمضان بدوي (٢٠٠٨، ١٨١) أنه "قدرة التلميذ على تمييز أن الشكل له خواص ثابتة مثل: الحجم، الأبعاد بالرغم من تغيير أوضاعه في الفراغ". وتعرف سحر محمد (٢٠١٤، ٣٩١) إدراك ثبات الشكل بأنه "إدراك التلميذ للأشكال المعروضة وماهيتها من حيث الأبعاد أو الحجم أو اللون أو المساحة، مهما اختلفت المسافة بين أبعاد مكوناته أو مسافة النظر إليه".

ويمكن التوصل إلى أن ثبات الشكل يشير إلى "إدراك التلاميذ عدم تغير خصائص الأشكال من حيث (الأبعاد، الحجم، المساحة) على الرغم من اختلاف مسافة النظر أو أوضاعها في المكان".

٤. إدراك الأشكال والنماذج الهندسية:

تشير هذه المهارة إلى بُعدين أساسيين، الأول: رياضي، ويقصد به: قدرة التلميذ على تحديد الأشكال الهندسية المستوية، والتراكيب الهندسية ثلاثية الأبعاد، والتمثيلات والأنماط الهندسية (Nes & Lange, 2007, 215). أما البعد الثاني: فهو حياتي حقيقي ويقصد به: قدرة التلميذ على فهم المعنى الهندسي الموجود في العالم الحقيقي، والتعبير عن المواقف الحياتية بالأشكال والنماذج الهندسية، وتطبيق المفاهيم والعلاقات المكانية لحلّ مشكلات حياتية (رشا صبرى، ٢٠١٢، ٤٩).

ويمكن تعريف مهارة إدراك الأشكال والنماذج الهندسية بأنها: قدرة التلميذ على تحديد الأشكال الهندسية الموجودة في العالم الحقيقي، والربط بين المواقف الحقيقية والنماذج الهندسية، وتطبيق المفاهيم والعلاقات المكانية لحلّ المشكلات الحياتية.

٥. إدراك العلاقات الهندسية:

يعرف رمضان سليمان (٢٠٠٧، ١١٣) العلاقات الهندسية بأنها "قدرة التلميذ على وصف العلاقات وبنائها وتعميمها، بالإضافة إلى دمج أو تقسيم أو تغيير الأشكال". كما يرى رمضان بدوي (٢٠٠٨، ١٨١) بأنها "قدرة التلميذ على رؤية اثنين أو أكثر من الأشياء، مع إدراك التأثيرات التي تحدثها الحركة".

وبناءً على ذلك، يمكن التوصل إلى أن إدراك العلاقات الهندسية تشير إلى: قدرة التلميذ على تحديد الروابط بين اثنين أو أكثر من الأشكال الهندسية، وإجراء التعديل عليها من خلال دمجها أو تقسيمها أو تغييرها بهدف إدراك التأثيرات التي أحدثتها الحركة.

٦. الإنشاءات الهندسية:

يعرف (Lim-Teo, 1997, 138) الإنشاءات الهندسية بأنها "مجموعة من الخطوات المعيارية الهادفة لإنشاء كيان هندسي، باستخدام الفرجار والحافة المستقيمة". كما يعرفها وليم عبيد (٢٠٠٤، ٢٦٦) بأنها "رسم شكل يحقق خاصية معينة وباستخدام أدوات هندسية معينة".

وبناءً على ذلك تعرف الإنشاءات الهندسية بأنها: قدرة التلميذ على تكوين الأشكال الهندسية المختلفة بأبعاد محددة من خلال مجموعة من الخطوات المحددة، وبواسطة أدوات الرسم الهندسي الأساسية.

ثالثاً: تنمية الحسّ المكاني:

أشارت العديد من الوثائق العالمية والمراجع والدراسات التربوية المختصة في مجالات مناهج الرياضيات وتدريسها وتقويمها ومنها: (NAEP, 2002)، (NCTM, 2000)، (ACMCG, 2004)، وناصر عبيدة (2007)، وفريد أبوزينة (2010)، ورمضان بدوى (2019) إلى أهمية تنمية مهارات الحسّ المكاني باعتبارها من أهم المعايير الرئيسية؛ لتقويم أداء التلاميذ في تعلم الرياضيات، وقد وصفت تلك الوثائق والدراسات السابقة، الحسّ المكاني بأنه المخرج الأساسي من تدريس الهندسة بالمرحلتين: الابتدائية والأساسية، ومن هنا يدفعنا هذا الأمر إلى البحث عن أهم الأساليب والطرق والإجراءات المناسبة لتنمية الحسّ المكاني:

ولكى تحقق البرامج التعليمية أهدافها في تنمية الحسّ المكاني لدى التلاميذ في الصفوف الدراسية من الخامس إلى الثامن (5-8) يتوجب عليها تنمية كل ما يأتي (NCTM, 1989, 5-7):

١. استيعاب التلاميذ للمفاهيم المتعلقة بالأشكال الهندسية من حيث: (تعريفها ووصفها ومقارنتها وتصنيفها).
٢. قدرة التلاميذ على تمثيل الأشكال الهندسية بطرق مختلفة.
٣. قدرة التلاميذ على إجراء التحويلات الهندسية.
٤. قدرة التلاميذ على تمثيل الخواص والعلاقات الهندسية وتوظيفها.
٥. ثقة التلاميذ واعتقادهم بقدرة الهندسة على وصف عالمنا المادي:

وقد أوصى ابراهيم رفعت (2015، 134) بضرورة توظيف النماذج الرياضية، واستخدام الأشكال والرسومات، بصورة مكثفة ضمن المقررات الدراسية، والذي يؤثر إيجاباً على فهم المضامين العلمية، بشكل يبسر على التلاميذ الفهم واتقان المهارات الرياضية، وخاصة فيما يتعلق بقدراتهم المكانية.

وبالرجوع إلى دليل مناهج تعليم الرياضيات في كندا (ACMCG, 2004, 235) فقد اقترحت مجموعة من الأساليب لتنمية الحسّ المكاني، منها: نمذجة الأشكال الهندسية وتمثيل المواقف الرياضية المختلفة ورسمها، والقيام بعرض النماذج الحقيقية للشكل المراد رسمه ومقارنته بالرسوم والتمثيلات الهندسية من قبل التلاميذ، والاهتمام بملاحظات التلاميذ وتفسيرها للانتقال إلى مرحلة الاستقراء وإدراك العلاقات المكانية.

وقد اقترح خالد أبولوم (٢٠٠٧، ٢٤-٢٦) مجموعة من الوسائل التعليمية لتعليم الهندسة والقياس لتنمية الحسّ المكاني، منها:

١. **الواقع الحياتي**: ويتضمن استخدام الأشكال والمجسمات الهندسية، كما وردت ووجدت في الحياة اليومية التي يعيشها التلميذ، للتعرف عليها واكتشاف خصائصها ومدى استخدامها في حياته العملية.

٢. **الرسم والنمذجة**: ويتضمن القيام برسم الأشكال والمجسمات الهندسية، رسماً يظهر السمات والخصائص المميزة للمفاهيم والمهارات الهندسية، ويجب أن تمثل هذه النماذج والأشكال والمجسمات الهندسية تمثيلاً كاملاً يظهر خصائصها، بحيث يتمكن التلاميذ من استنتاج الخصائص واكتشافها بسهولة ويسر.

٣. **تطبيقات الحاسوب**: ويتضمن بناء الأشكال والمجسمات الهندسية وتصميمها، من خلال تطبيقات الحاسوب المميزة في مجال الرسم الهندسي، خاصة تلك الأشكال التي يتعذر أو يصعب على التلاميذ رسمها على الورق، وهذا يتماشى مع التقدم العلمي والتكنولوجي في مجال التعليم.

٤. **الوسائل التعليمية الجاهزة**: وتتضمن ما تعرضه المكتبات من وسائل تعليمية جاهزة، يمكن استخدامها في تدريس الهندسة، وتوضيح خصائص المفاهيم والمهارات الرياضية المختلفة.

٥. **الوسائط المتعددة**: وتتضمن استخدام الصور ولقطات الفيديو، التي تمثل الأشكال الهندسية ومجسماتها، كما وردت في الواقع الحياتي؛ للتعرف على خصائص الأشكال الهندسية واستنتاجاتها، ومدى ارتباطها بمناهج الرياضيات.

وبناءً على ما سبق، نستنتج إجماع جميع الأدبيات السابقة على تحديد مجموعة من الإجراءات بهدف تنمية مهارات الحسّ المكاني، منها: نمذجة الأشكال الهندسية (النماذج الرياضية) وتوظيف الرسومات والتمثيلات الرياضية المختلفة، بينما أضاف خالد أبولوم (٢٠٠٧) مجموعة من الإجراءات التي يمكن وصفها "بالأكثر حداثة" مثل: توظيف الوسائط المتعددة، واستخدام التطبيقات الحاسوبية.

وبالتالي يمكن تحديد عدة إجراءات لتنمية الحسّ المكاني منها:

١. توظيف النماذج الرياضية الحسية (الحقيقية) في تعلم الرياضيات؛ لتنمية إحساس التلاميذ بالبيئة المحيطة بهم، وما تحتويها من كائنات (الأشياء) وتمتاز بخصائص محددة، مثل: الأبعاد، الحجم، اللون وغيرها من الخصائص.

٢. توظيف الرسومات والأشكال والصور التوضيحية، لمساعدة التلميذ على استيعاب المواقف الرياضية المختلفة، ومقارنة الكائنات (الأشياء) التي يحتويها ذلك الموقف الرياضي، مع الأشكال الرياضية التي تعلموها سابقاً.

٣. توظيف التطبيقات الرقمية الحديثة، لمعالجة النماذج الرياضية والرسوم والأشكال التوضيحية من خلالها.

المحور الثاني: النمذجة الرياضية Mathematical Modeling:

يوجد اعتقاد لدى الكثير، بأن الرياضيات التي يتعلمونها هي لغة التعقيد والرموز، ويعود ذلك لاقتران مناهج الرياضيات الى الجانب المجرد وتجاهل الجانب الحقيقي (العملي)، مما أوجب تفعيل الجانب التطبيقي لها؛ والذي تساهم النمذجة الرياضية في تفعيله، وفيما يلي عرض للنمذجة وما يرتبط بها من موضوعات.

أولاً: مفهوم النموذج الرياضي Mathematical Model:

تساعد النماذج في تقديم موقف حقيقي في صورة مبسطة أو مجردة، وذلك لكي يتاح للتلاميذ التدريب بصورة مناسبة وفعالة بأقل تكلفة.

يعدّ النموذج الرياضي تمثيلاً رياضياً يربط ما بين ظاهرة معينة (النموذج الحقيقي) والعوامل أو العناصر المرتبطة بها، وتأتي النماذج الرياضية على هيئة رسوم أو أشكال هندسية أو جداول ومعادلات رياضية، يمكن استخدامها لتوضيح المشكلات الرياضية وحلها (فريد أبوزينة، ٢٠٠٧، ٢٩).

ويعرف رمضان بدوى (٢٠٠٧، ٣٩٣) النموذج الرياضي بأنه "تمثيلات حسية (مصورة) للأفكار الرياضية، التي تهدف لمساعدة التلاميذ على فهم الرياضيات واستكشاف العلاقات وحلّ المشكلات وتنظيم المعلومات وتصورها". كما يعرفه عباس المشهداني (٢٠١٢، ١٨٧) بأنه "استخدام تمثيلات حسية (صور - رسوم متحركة) لمحاكاة موقف حقيقي بصورة مجردة أو مبسطة، أو لشرح مفهوم يحتاج للتخيل". ويعرفه محمد العبسي (٢٠١٩، ٢٠٧) بأنه "تمثيل رياضي لشكل أو مجسم أو علاقة؛ يهدف لتمثيل الشيء الأصلي تماماً، أو إلى درجة كبيرة من حيث الاحتفاظ بالصفات والخصائص المميزة لذلك الشيء".

وبناءً على ما ورد في التعريفات السابقة، يلاحظ اتفاقها على أن النموذج الرياضي هو تمثيل رياضي (حسي) لموقف حياتي معين، بهدف شرح مفهوم أو توضيح ظاهرة معينة أو لحلّ مشكلات رياضية، وقد تأتي على هيئة صورة أو رسم أو شكل أو مجسم.

ثانياً: مفهوم النمذجة الرياضية:

يرى رفعت المليجي (٢٠٠٩، ٣٩-٤٠) ان النمذجة الرياضية تعدّ بمثابة أساس الرياضيات التطبيقية، التي تهدف إلى تطبيق الرياضيات المجردة في العالم الحقيقي، للوصول إلى إيجاد حلولاً

للعديد من القضايا والمواقف المتصلة بواقعنا الحياتي: تعرف النمذجة الرياضية بأنها "تطبيقات للرياضيات يتم من خلالها تحويل الموقف أو المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية وحلها، والقيام باختبار تلك الحلول على الموقف الحياتي واختيار أفضل الحلول لها" (فايز مينا، ٢٠٠٦، ٢١٧). ويعرف محمد سعيد (٢٠١٤، ١١) النمذجة الرياضية بأنها "عملية تمثيل لمشكلات حياتية حقيقية بتمثيلات رياضية في محاولة لفهم تلك المشكلات، وإيجاد حلولاً لها". وتعرف أيضاً بأنها "العملية التي تتضمن ترجمة مشكلة حياتية من العالم الحقيقي إلى تمثيل رياضي بهدف الوصول إلى صيغة رياضية تمكننا من حل المشكلة الرياضية وترجمتها في سياق الحياة والواقع (Kahn & Kyle, 2002, 16). كما ينظر إليها بأنها "محاكاة مشاكل العالم الحقيقي وفق الشروط الرياضية، من خلال إيجاد حلولاً لتلك المشكلات، باستخدام نموذج رياضي يمكن التعامل معه بصورة أبسط من تعقد المشكلة في العالم الحقيقي، وبعد ذلك ترجمة الحلول في سياق العالم الحقيقي (Ang Keng, 2001, 67).

وبناءً على ما ورد في التعريفات السابقة، يمكن الاتفاق بأن النمذجة الرياضية تتضمن مجموعة من الإجراءات الهادفة لتحويل المشكلات الحياتية إلى تمثيل رياضي (نموذج رياضي) للمساعدة في إيجاد الحلول المناسبة وترجمتها في سياق الواقع الحقيقي:

وتعرف النمذجة الرياضية إجرائياً، بأنها: قيام تلميذ الصف السادس الأساسي بحل المشكلة الرياضية الحقيقية، من خلال معالجة (النموذج الحقيقي) بهدف اشتقاق (النموذج الرياضي) والقيام بمحاولة إيجاد الحلول الرياضية الممكنة، مع ربط النتائج التي يحصل عليها مع (النموذج الحقيقي).

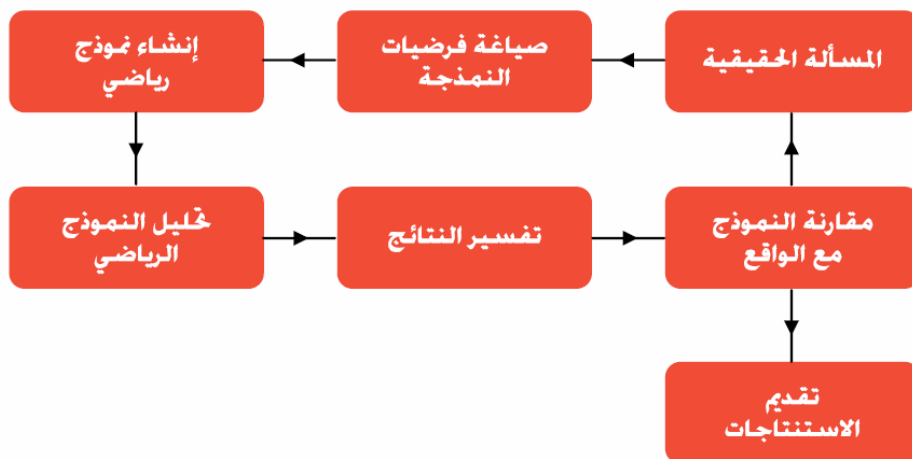
ثالثاً: مراحل النمذجة الرياضية وعملياتها:

- حددت الأونروا (٢٠١٥، ٥٤) مجموعة من مراحل النمذجة الرياضية، وهي:
١. صياغة فرضيات النمذجة: وتتضمن تحديد العناصر التي ستهم بها، والعناصر التي سيتم تجاهلها، ونهدف هنا إلى تبسيط المشكلة الرياضية، وتحديد المتغيرات المرتبطة بها.
 ٢. إعداد النموذج الرياضي: وتتضمن هذه المرحلة توليد البيانات، التي يمكن استخدامها لإيجاد العلاقات في الرياضيات، ويكون ذلك من خلال إنتاج رسم يوضح العلاقات الرياضية ضمن تلك البيانات.
 ٣. تحليل النموذج الرياضي: وتشمل استخدام النموذج الرياضي لتوليد نتائج يمكن استخدامها للوصول إلى حل للمشكلة الرياضية.

٤. تفسير النتائج ومقارنتها بالواقع: وتتضمن ترجمة النتائج المحسوبة في عالم الرياضيات ضمن سياق المشكلة الرياضية، والتأكد من صحة تلك النتائج في العالم الحقيقي:

٥. تقديم الاستنتاجات: وتتضمن الرسومات البيانية والأشكال والمعادلات في الرياضيات، حيث توفر هذه المرحلة فرصة ممتازة، لتطوير المهارات في مجال التواصل.

ويوضح الشكل (١) المراحل كما يلي:



شكل (١) مراحل النمذجة الرياضية

المصدر: الأونروا (٢٠١٥)

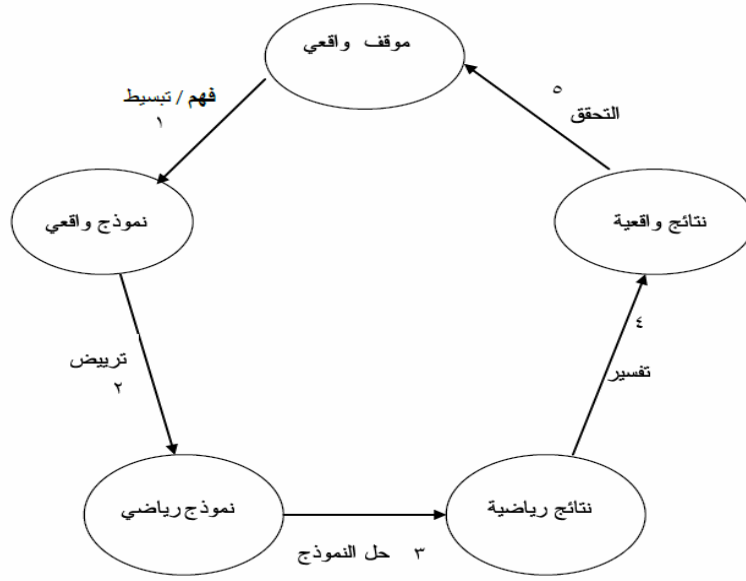
وقد قدم محمد عبدالعال (٢٠١٢، ١٦) نموذجاً تضمن خمس عمليات أساسية للنمذجة الرياضية، وهي:

١. الفهم/التبسيط: ويتضمن دراسة الموقف الحقيقي، لتحديد المعلومات الأساسية فيه واستبعاد غيرها، بهدف الوصول للنموذج الحقيقي.
٢. الترييض: ويتضمن التعبير عن المعلومات الأساسية التي يحتويها النموذج الحقيقي في صورة رياضية.

٣. حلّ النموذج: ويتضمن استخدام العمليات الرياضية المناسبة، إلى النتائج الرياضية المناسبة.

٤. التفسير: ويتضمن التعبير عن النتائج الرياضية بصورة لفظية، لتحقيق المطلوب للوصول إليه في النموذج الحقيقي.

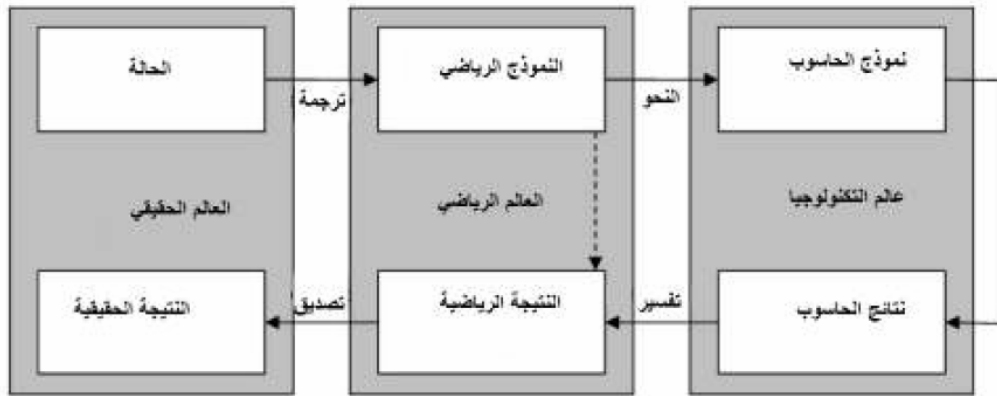
٥. التحقق: ويتضمن التأكد من صحة الاستنتاجات، في ضوء المعلومات المعطاة في الموقف الحقيقي، بالإضافة إلى مدى اتساقها مع النظريات الرياضية ذات الصلة، ويوضح الشكل (٢) النموذج كالتالي:



شكل (٢) مراحل النمذجة الرياضية

المصدر: محمد عبدالعال (٢٠١٢)

ويرى سيلير وجريفراث (Siller & Greefrath, 2010, 2137) أن استخدام التكنولوجيا في تعليم الرياضيات تمكن التلاميذ من إدراك المواقف الحقيقية بصورة صحيحة وتعزيز قدرتهم على السير في مراحل النمذجة الرياضية ومناقشتها، وقد اقترح لذلك نموذجاً يتكون من ثلاثة عوالم، وهى: (الحقيقي، الرياضي، التكنولوجي) ويوضح الشكل (٣) المراحل المقترحة:



شكل (٣) مراحل النمذجة الرياضية

المصدر: سيلير وجريفراث (2010)

وقد أوضحنا أن مصطلح عالم التكنولوجيا هو النموذج الذي يتم من خلاله حل المشكلات الحقيقية، بمساعدة التكنولوجيا الرقمية، واقتراحا عدة تقنيات منها: تطبيقات الجبر المحوسب، والهندسة التفاعلية/الديناميكية، والجداول البيانية والإحصائية.

ويمكن مما تقدم تحديد المراحل الأساسية للنمذجة الرياضية في ضوء استخدام التكنولوجيا الرقمية وهي:

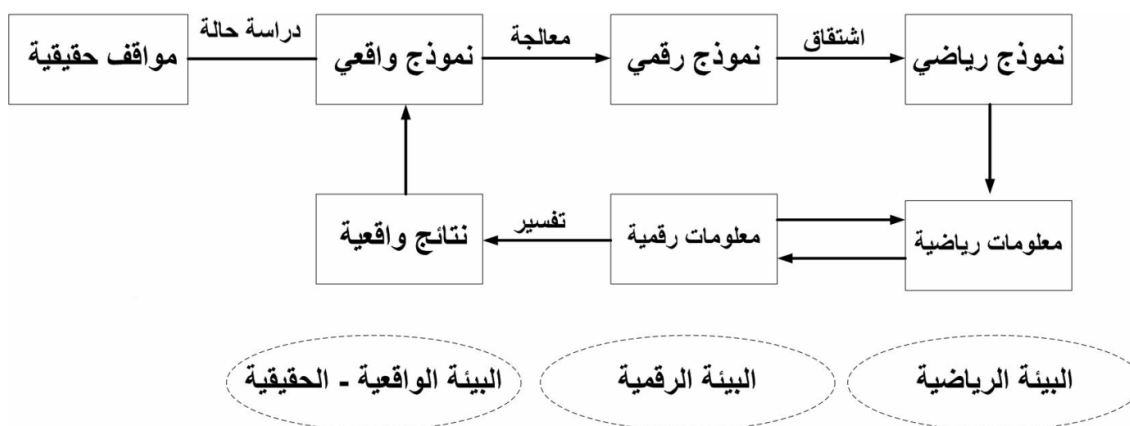
١. البيئة الحقيقية ويقصد بها: دراسة مجموعة من المواقف الحياتية (الحقيقية) التي ترتبط فيما بينها بمجموعة من الخصائص والوظائف، لإعطاء مسمى لها وتحديد الخصائص المشتركة ووضع تصور للنموذج الرياضي المرتبط بها، وتتضمن هذه المرحلة، تحديد النموذج الحقيقي، ومجموعة من المشكلات الحياتية المرتبطة بذلك النموذج.

٢. البيئة الرقمية ويقصد بها: استخدام الأدوات والخصائص التي توفرها التطبيقات الرقمية لتمثيل النموذج الحقيقي بصورة رقمية وهو خاص بتطبيقات الحاسوب التفاعلي أو إضافة التأثيرات على النموذج الحقيقي لإنتاج النموذج (الحقيقي - الرقمي) وهو خاص بتطبيقات الواقع المعزز، وقد أطلق الباحثون على النموذج المشتق من هذه المرحلة اسم (النموذج الرقمي).

وتهدف البيئة الرقمية بشكل أساسي، إلى الاستفادة من الميزات التي توفرها التطبيقات الحديثة، من خلال قوتها في تمثيل المواقف الرياضية الحقيقية (القوة التصويرية أو المرئية) بالإضافة إلى توضيح العلاقات والخصائص المرتبطة بالنموذج الحقيقي، مما يساهم في إدراك التلاميذ لتفاصيل النموذج الحقيقي، وفي مساعدتهم على اكتشاف طريقة مناسبة لحل المشكلة.

٣. البيئة الرياضية ويقصد بها: تمثيل الموقف الحقيقي بصورة/بصيغة رياضية؛ لتحديد النموذج الرياضي، من أجل استخدام المفاهيم الرياضية وتعميماتها ومهاراتها في إيجاد الحلول للمشكلات الحقيقية، واختبارها وتفسيرها في ضوء ما تعلمه التلاميذ في مادة الرياضيات.

ويوضح شكل (٤) مراحل النمذجة الرياضية في ضوء استخدام التطبيقات الرقمية:



شكل (٤) مراحل النمذجة الرياضية في ضوء استخدام التطبيقات الرقمية

المصدر: اعداد الباحثون

المحور الثالث: الحاسوب التفاعلي Interactive Computer

يُعدّ الحاسوب التفاعلي من أفضل الطرق المستخدمة في تعليم الرياضيات؛ لما يمتلكه من أدوات وتقنيات مختلفة، تؤهله للقيام بدور فعال في تعليم الرياضيات، وإضفاء حيوية وواقعية، وتطبيق رؤية عصرية وواقعية للمشكلات التربوية.

وسوف يتم تناول الحاسوب التفاعلي بالتفاصيل كما يلي:

أولاً: مفهوم الحاسوب التفاعلي:

يعرف نبيل عزمي (٢٠١٥، ١٤) مفهوم الحاسوب التفاعلي بأنه "منظومة قائمة على تطبيقات الحاسوب، تهدف إلى دعم التعليم والتعلم في المجال التربوي، ويكون التفاعل ضمن تلك المنظومة بين المتعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلمين والمتعلمين باستخدام أدواتها وعناصرها". كما عرفها عبدالرحمن أبوسارة (٢٠١٦) بأنها "تقنيات حاسوبية تمّ تطويرها بإحدى لغات البرمجة، تحتوى على مجموعة من الأدوات والإمكانات والخيارات، التي تتيح للمستخدم (المعلم/التلميذ) من إدخال البيانات ومعالجتها بأساليب مختلفة وتخزينها واسترجاعها بطرق متعددة".

وتُعرف تطبيقات الحاسوب التفاعلي بأنها "مجموعة من مصادر المعلومات (مواد تعليمية) يتمّ إعدادها وبرمجتها بواسطة الحاسوب وذلك من أجل تعلّمها، وتتميز بدعمها لخاصية التعزيز الإيجابي لاستجابات المستخدمين" (محمد الحيلة، ٢٠٠٤، ٣٦٤).

ومما تقدم يلاحظ اتفاق كل من نبيل عزمي (٢٠١٥) وعبدالرحمن أبوسارة (٢٠١٦) في تعريف الحاسوب التفاعلي بأنه: مجموعة من التطبيقات/التقنيات التي تعمل بواسطة الحاسوب، بينما يرى محمد الحيلة (٢٠٠٤) بأنها مصادر معلومات يتمّ برمجتها بواسطة الحاسوب، بينما اتفقت جميع التعريفات السابقة بأن الهدف من تطبيقات الحاسوب التفاعلي هو مساعد التلاميذ على التعلم، بالإضافة إلى امتلاكها لخاصية التفاعل الإيجابي:

وقد اختلفت التعريفات السابقة في توصيف مفهوم التفاعل بواسطة تطبيقات الحاسوب، حيث يرى نبيل عزمي (٢٠١٥) بأن التفاعل يكون من خلال الأدوات التي توفرها التطبيقات وتنقسم إلى ثلاثة أشكال: بين المتعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلمين والمتعلمين، بينما يرى عبدالرحمن أبوسارة (٢٠١٦) بأن التفاعل يمثل الأدوات والإمكانات التي تتيح للمستخدم (المعلم/التلميذ) من إدخال البيانات ومعالجتها بأساليب مختلفة وتخزينها واسترجاعها بطرق متعددة، بينما يرى محمد الحيلة (٢٠٠٤) بأن التفاعل هو التعزيز الإيجابي لاستجابات المتعلمين.

ويمكن تعريف الحاسوب التفاعلي إجرائياً بأنه "تقنيات تعمل على أجهزة الحاسوب، تتيح لتلميذ الصف السادس الأساسى، من تكوين نماذج حاسوبية تحاكي النماذج الحقيقية، مع إمكانية معالجتها، ومشاركتها داخل الفصول الدراسية وخارجها، بالإضافة إلى إمكانية استرجاع تلك النماذج بطرق وأشكال مختلفة".

ثانياً: الفلسفة التربوية لتطبيقات الحاسوب التفاعلي:

تتعدد الأسس النظرية والفلسفية التى تفسر عملية التعلم والتعليم، ويعود ذلك إلى طبيعتها المتشعبة والمعقدة، مما يصعب على الباحثين عند استخدامهم لبرنامج جديد أو طريقة تدريس معينة من تحديد وجهة نظر واحدة أو إطاراً شاملاً يفسرها، ويرى الباحثون بأن توظيف تطبيقات الحاسوب التفاعلي فى عملية التعلم والتعليم يستند إلى مجموعة من الأسس النظرية والفلسفية التى تدعمها، ومنها ما طرحته النظرية السلوكية والبنائية والاجتماعية.

١. النظرية السلوكية:

يرى السلوكيون أن التعلم هو استجابة للمثيرات الخارجية، والأدوات التكنولوجية المفضلة للسلوكيين هى التى تقدم نظم تغذية راجعة فردية ثابتة وواضحة، مثل تطبيقات التدريب والممارسة، وتبتعد عن التطبيقات التى تشجع على الاستكشاف أو التعلم الجماعى (جودى دوفى وجين ماكدونالد، 2018، 62-63).

ومن منظور تكنولوجى، تعدّ نظرية المثير- الاستجابة أساس التعلم القائم على الحاسوب، والتى تتطلب مراعاة العرض المنطقى للمحتوى التعليمى واستجابات صريحة للمتعلمين مع ضرورة تقديم تصحيح فوري (تغذية راجعة) للاستجابات (جمعية الاتصال والتكنولوجيا التربوية، 2015، 10).

٢. النظرية البنائية:

يمثل التعلم وفق منظور النظرية البنائية عملية بناء المعرفة القائمة على المعنى، ويعدّ بناء المعرفة من خلال التطبيقات التفاعلية فرصة مناسبة لدمج التلاميذ فى صنع القرار، وبذل الجهد نحو التعلم من خلال التأمل والتفكير المنطقى، ومساعدتهم على بناء هياكل ذات معنى من خلال الأدوات والإمكانيات التى تمتلكها التطبيقات التفاعلية، وتنمية قدرتهم على استخدام المعلومات ذات الصلة وتنظيمها ودمجها فى الخبرات السابقة؛ لتحقيق نتائج فعالة، وبالمحصلة فإن توظيف التطبيقات التفاعلية فى عملية التعلم يجعل التلاميذ على وعى بكل ما يقوم به من سلوكيات (نجلاء فارس وعبدالرؤوف إسماعيل، 2017، 125).

فعندما يقوم التلميذ بالتفاعل مع التطبيقات للبحث عن حلول لبعض المشكلات أو بهدف بناء فهم أفضل، فإن تلك التطبيقات يمكنها تعزيز تلك الاحتياجات، والتواصل مع التلاميذ بصور وأشكال مختلفة مما يوفر البيئة المناسبة للسير نحو التعلم بصورة فاعلة (جمعية الاتصال والتكنولوجيا التربوية، ٢٠١٥، ١٣).

وبالتالي فإن تطبيقات الحاسوب التفاعلي تتفق مع مفاهيم النظرية البنائية، حيث توفر التطبيقات التفاعلية مجموعة من الأدوات والإمكانيات التي تمكن التلميذ من التفاعل معها وتطوير نموه المعرفي، ويظهر ذلك من خلال قدرته على التحكم بسير التعلم، والمشاركة الفعالة في بناء المعلومات واكتشافها، وتشجيعه على بذل الجهد نحو التعلم من خلال الملاحظة والتجريب والتفكير والتأمل.

٣. نظرية التفاعل الاجتماعي:

تؤكد نظرية التفاعل الاجتماعي على أن نمو التلاميذ لا يمكن فهمه وتفسيره إلا في ضوء إطار البنية الاجتماعية المحيطة به، فالتعلم يتكون من خلال التفاعلات الاجتماعية والمشاركة مع الآخرين الأكثر معرفة (ياسر زايد، ٢٠١٧، ٦١). وتشير كذلك إلى ضرورة إعطاء فرصة للتلاميذ لاكتساب المعرفة وإنتاجها في أطر اجتماعية، وتحقيق ذلك من خلال توظيف بيئات التعلم التفاعلية، التي تفسح المجال للتشارك والاندماج والاستفادة من خبرات الآخرين، واكتساب المعرفة من خلال التعاون والتفاعل مع الخبرات التربوية والأقران، وتؤكد أيضاً على أن التعلم يعدّ عملية نشطة يعمل فيها التلميذ لبناء معرفتهم من خلال مواقف حقيقية تعتمد على التفاعل مع البيئة الاجتماعية (نجلاء فارس وعبدالرؤوف إسماعيل، ٢٠١٧، ١٣٠-١٣١).

وبناءً على ما سبق، يمكن القول بأن النظريات الثلاثة (السلوكية والبنائية والتفاعل الاجتماعي) ترتبط بتطبيقات الحاسوب التفاعلي من خلال تقنية التدريب والممارسة (السلوكية) وطريقة تمثيل المعرفة ومعالجتها (البنائية) وأنماط التفاعل التي تدعمها (الاجتماعية).

ثالثاً: تطبيقات الحاسوب التفاعلي في تعليم الرياضيات: جيوجبرا Geogebra نموذجاً

تتنوع تطبيقات الحاسوب التفاعلي في تعليم الرياضيات، ويعود ذلك لتعدد لغات البرمجة واختلاف مستوياتها، ولوجود شركات مختصة في مجال التعليم وكوادر مؤهلة في الحاسوب والرياضيات، فأنتج ذلك مجموعة من تطبيقات الحاسوب التفاعلي .

وتأتى التطبيقات المختصة بتعليم الرياضيات، على هيئة حزم يمكن تثبيتها على أجهزة الحاسوب، أو عن طريق خدمات يتم تقديمها عبر الأنترنت (حوسبة سحابية)، والتي صممت لدعم تعليم المفاهيم الرياضية، والتعميمات والمهارات، وتحتوى بعض التطبيقات على مجموعة من الميزات التي

تمكن التلاميذ من القيام بالكثير من المعالجات الافتراضية، مثل: (التحريك والتجميع والترتيب) بهدف رؤية العمليات الرياضية بصرياً، بالإضافة إلى ذلك تمكن بعض تطبيقات التلاميذ من القيام بتقديم الرسوم البيانية التفاعلية (الإزاحة والانعكاس والدوران)، وفي مجال الهندسة تمكن بعض التطبيقات التلاميذ من معالجة الأشكال الهندسية (إضافة وتحديد وإخفاء وقياس) واختبار النظريات الرياضية ذات الصلة (جودى دوفى وجين مكدونالد، ٢٠١٨، ٢٨١).

ويعدّ الجيوجبرا Geogebra تطبيق حاسوبى تفاعلى، مبنى على الأسس والمعايير العالمية لتعليم الرياضيات، يهدف لدعم المناهج الدراسية المعتمدة من وزارة التربية والتعليم، وليس بديلاً عنها، ومصمم بطريقة تمكن التلميذ من تطوير الفهم العميق للنظريات والحقائق الرياضية، من خلال التطبيق العملى واكتشاف المفاهيم بنفسه، ويغضى هذا التطبيق معظم الجوانب الرئيسية التى حددها المجلس الوطنى لمعلمى الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية، مثل: الهندسة والقياس والجبر والإحصاء (عبدالواحد الكبيسى ونادية العاملى، ٢٠١٨، ٦٥).

ويتيح تطبيق الجيوجبرا المجال أمام التلاميذ لتعلم الهندسة والقياس بصورة ديناميكية، تمكنهم من إنشاء النقاط والمتجهات والقطاعات والخطوط والمضلعات، وكذلك القطوع المخروطية، بالإضافة إلى إمكانية التعديل على الأشكال بصفة مباشرة تحاكى الواقع، وإيجاد المشتقات والتكامل، مع قدرته على التعامل مع المتغيرات والقيم المختلفة بصورة إحصائية (GeoGebra Institute, 2013, 8).

ويرى عبدالرحمن أبو سارة وصلاح ياسين (٢٠١٨، ١٠٠٩) بان إمكانيات تطبيق (الجيوجبرا) العملية تتلخص فيما يأتى:

١. يوفر البرنامج بيئة هندسية ديناميكية/تفاعلية للتلاميذ.
٢. القدرة على تمثيل الأشكال الهندسية ببيئة ثلاثية الأبعاد.
٣. القدرة على إجراء التمثيل الإحصائى وتحليل البيانات.
٤. يمكن التلميذ من تمثيل الاقترانات وإجراء التحويلات الهندسية بشكل دقيق.
٥. إمكانية حساب التفاضل والتكامل.

المحور الرابع: الواقع المعزز Augmented Reality:

يشهد عصرنا الحالى تسارعاً مذهلاً فى التطبيقات التكنولوجية الحديثة، والتى بدأت تظهر وكأنها تجسيد للتصورات المرتبطة بالخيال العلمى من جهة وبالذكاء الآلى من جهة أخرى، بحيث جعلت أحلام الباحثون عن تصميم أنظمة حاسوبية مصغرة تكون جزءاً متصلاً مع البيئة المحيطة بها، وتكون قادرة على التفاعل معها بصورة تلقائية، دون الحاجة إلى تدخل أو تحكم مباشر من الإنسان فى

عملها ومهامها، وتعدّ تكنولوجيا الواقع المعزّز أحد أهم التصورات الحديثة حول استخدام التكنولوجيا الرقمية في التعليم.

فالواقع المعزّز شكل من أشكال التقنية، الذي يدمج العالم الحقيقي من خلال المحتوى الإلكتروني، حيث يسمح بإضافة المحتوى الرقمي إلى العالم الحقيقي بشكل يساعد التلميذ على إدراك الواقع، مثل: الأشكال ثنائية الأبعاد وثلاثيتها، وملفات الصوت والفيديو ومعلومات نصية كما يمكن لهذه التعزيزات أن تعمل على معرفة الأفراد وفهم ما يجري حولهم (Yuen, Yaoyune & Johnson, 2011, 120).

تقدم تقنية الواقع المعزّز عرضاً مركباً يدمج ما بين الواقع الحقيقي، الذي ينظر إليه المستخدم والنموذج الرقمي، الذي تمّ إنشاؤه بواسطة الحاسوب والذي يهدف إلى تعزيز النموذج الحقيقي بمعلومات إضافية، من أجل تحسين الإدراك الحسي للعالم الحقيقي، الذي يراه ويتفاعل معه المستخدم (خالد يوسف ومصطفى صوفى، ٢٠١٨، ١٠٨).

أولاً: مفهوم الواقع المعزّز:

بالرجوع إلى العديد من الأدبيات السابقة، نلمس تعدد المصطلحات المرادفة لهذا المفهوم، مثل: (الواقع المدمج - الحقيقة المعزّزة - الواقع المضاف - الواقع المحسن) وغيرها من المصطلحات ذات العلاقة، وبحقيقة الأمر فإن جميع تلك المصطلحات تدل على الواقع المعزّز، ويرى ابراهيم الفار وأمير شاهين (٢٠١٨، ٤١) بأن سبب هذا الاختلاف يعود الى حداثة هذا المفهوم وإلى اختلاف الترجمة لمصطلح الواقع المعزّز باللغة الإنجليزية (Augmented Reality)، وفيما يلي عرض أهم التعريفات :

يعرّف لارسن وآخرون (Larsen et al., 2011, 41) الواقع المعزّز بأنه: إضافة بيانات رقمية يتم تركيبها وتصويرها باستخدام طرق عرض رقمية للواقع الحقيقي للبيئة المحيطة بالمتعلم، ومن منظور تكنولوجي، غالباً ما يرتبط الواقع المعزّز بالأجهزة الإلكترونية، التي يمكن ارتداؤها، أو أجهزة ذكية يمكن حملها. أما وليامز (٢٠١٧، ١٢) عرف الواقع المعزّز بأنه "التكنولوجيا الرقمية التي تقوم بإضافة نماذج افتراضية للعالم الحقيقي في الوقت الحقيقي، بحيث تساهم في تعزيز معلوماتنا عن البيئة من حولنا". كما يعرّف هيثم حسن (٢٠١٨، ١٥٤) الواقع المعزّز بأنه "عرض نماذج افتراضية مصممة عن طريق تطبيقات الحاسوب بشكل مباشر أو غير مباشر في العالم الحقيقي، بحيث تكون المدخلات عبارة عن بيانات رقمية وصورية وأصوات ومخططات، وتكون المخرجات إصداراً معدلاً للواقع الحقيقي: بينما يعرّف ابراهيم الفار وأمير شاهين (٢٠١٨، ١٣٠) الواقع المعزّز "التكنولوجيا

القائمة على دمج العالم الحقيقي بالعالم الافتراضي، عن طريق إضافة العناصر والبيانات الرقمية بشكل متزامن ومتفاعل مع الواقع الحقيقي، بحيث تعزز إمكانيات المتعلم وتساعد على اتخاذ القرارات".

وبناءً على التعريفات السابقة، يلاحظ اتفاقها على أن الواقع المعزز يعدّ تقنية قائمة على دمج العالم الواقع بالواقع الافتراضي، ويكون ذلك من خلال إضافة بيانات رقمية (افتراضية) في البيئة الحقيقية، بهدف تعزيز فهم التلميذ للبيئة المحيطة به.

ويعرف الواقع المعزز إجرائياً، بأنه: تقنيات تقوم بدمج العالم الافتراضي (النموذج الرقمي) مع العالم الحقيقي (النموذج الحقيقي) ليظهر العالم الحقيقي/ الرقمي (نموذج معزز) وذلك بواسطة الأجهزة الذكية، مما يجعل تلاميذ الصف السادس الأساسى، يتفاعلون مع المحيط الخارجى من خلال المحتوى الحقيقى الرقمى:

وبناءً على ما سبق، يعتقد الباحثون بأن استخدام تكنولوجيا الواقع المعزز فى هذا البحث قد يكون أكثر فاعلية وجدوى من استخدام تكنولوجيا الواقع الافتراضى، كون النمذجة الرياضية تنطلق من العالم الحقيقى وتنتهى بالوصول إلى إجابات فى العالم الحقيقى نفسه، وهنا يكون دورنا فى اختيار تقنيات تعزز الواقع الحقيقى ببيانات رقمية، لا القيام باستبداله بواقع افتراضى مشابه.

ثانياً: الفلسفة التربوية للواقع المعزز:

تأسيساً على ما قام الباحثون بعرضه فى الفلسفة التربوية لتطبيقات الحاسوب التفاعلى، يتضح تماشى تطبيقات الواقع المعزز جنباً إلى جنب مع مفاهيم النظرية البنائية، حيث أشار (هيثم حسن، ٢٠١٨، ٢٣٧-٢٣٩) إلى أن الواقع المعزز يساهم فى إثارة وتحريك حواس التلميذ من خلال الوسائل البصرية (المرئية) التى توفرها، مما ينعكس على تنمية تفكير التلاميذ، وبناء (تجسيد) المفاهيم بصورة صحيحة، وعلاوة على ذلك تقوم تطبيقات الواقع المعزز بدمج البيئات الحقيقية بالمعلومات الافتراضية، مما يحقق مبدأ "النظرية والتطبيق" والذى يعنى قدراً أكبر من المهارة والمعرفة.

ويتوافق الواقع المعزز أيضاً مع نظرية التفاعل الاجتماعى، حيث تعتمد تطبيقاتها على مشاركة المحتوى المعزز مع جميع التلاميذ بصورة تعاونية، فالتعلم وفق الواقع المعزز يقوم على مجتمعات الممارسة، وبالتالي تتضمن نتائج التعلم على قدرة التلاميذ على المشاركة الفاعلة فى تلك الممارسات (إبراهيم الفار وأمير شاهين، ٢٠١٨، ١٠٤).

ومن وجهة نظر التقنية، يمكن القول بأن الواقع المعزز يعدّ تطبيقاً مباشراً لمبدأ "المثير والاستجابة"، حيث يهتم بتزويد الموقف التعليمى بمثيرات محددة (علامات أو موقع جغرافى) تدفع التلميذ نحو الاستجابة، ثم تعزز تلك الاستجابة من خلال إظهار البيانات الرقمية المناسبة فى البيئة الحقيقية.

كما أن الواقع المعزّز يرتبط بالنظرية السلوكية من خلال التقنية التي يعمل بها و(البنائية) من خلال تمثيل المعرفة و(الاجتماعيه) من خلال البيئة التي يعتمد عليها (الاجتماعية).

ثالثاً: أنواع الواقع المعزّز:

يشير عبدالله عطار وإحسان كفسارة (٢٠١٥، ١٨٧) الى أن هناك نوعين أساسيين لعمل تكنولوجيا الواقع المعزّز وهما:

النوع الأول: العلامات Markers وهي: (أشكال مميزة ثنائية وثلاثية الأبعاد) تتيح للكاميرا التقاطها وتمييزها لعرض معلومات رقمية مرتبطة بها.

النوع الثاني: الموقع الجغرافي: ولا تعتمد هذه الطريقة على العلامات، بل تستعين بإحداثيات الكاميرا الجغرافية عن طريق الخدمة التي تقدمها GPS وتطبيقات تمييز الصورة لعرض المعلومات الرقمية المناسبة.

وتنقسم أنماط استخدام الواقع المعزّز القائم على العلامات Markers إلى طريقتين أساسيتين، هما:

١. الطريقة المستندة على المصادر المطبوعة (الورقية) التي تستخدم جنباً إلى جنب مع تطبيقات الواقع المعزّز، حيث تربط الصور التي تحتويها المواد المطبوعة بعناصر من الواقع المعزّز، ويستطيع التطبيق القيام بعرض نسخة ثنائية أو ثلاثية الأبعاد، بحيث تمكن المستخدم من التفاعل معها واستخدامها.

٢. الطريقة المستندة على البيئة، وذلك من خلال إضافة النماذج أو صور ثلاثية الأبعاد في البيئة الحقيقية المحيطة بالمستخدم مع إمكانية تغيير موقعها أو وضعها، حتى يتمكن من تتبع البيئة واستشعار عمق العالم المادي، ويكون الواقع المعزّز في هذه الحالة أكثر ملاءمة لنماذج كبيرة ثلاثية الأبعاد، ويمكن استخدامها بشكل فعال في الألعاب بحيث توفر تجربة حقيقية مذهشة (ويليامز، ٢٠١٧، ٢٤-٢٥).

ويعتبر استخدام تكنولوجيا الواقع المعزّز المستندة على البيئة، أكثر ارتباطاً مع البيئة المحيطة من المستندة على المواد المطبوعة، إلا أن التكنولوجيا المستندة على المواد المطبوعة هي أكثر واقعية في البيئة المدرسية، وذلك يعود لعدة أسباب منها:

١. توفر المصادر التعليمية المطبوعة، مثل: الكتب المدرسية والدليل التعليمي والوسائل التعليمية المرئية، مما يسهل على المعلمين توظيف تكنولوجيا الواقع المعزّز المستندة على المواد المطبوعة، وعلى التلاميذ من استخدام هذه التكنولوجيا والتفاعل معها.

٢. صعوبة توفر بيئة حقيقية يمكن استخدامها في تكنولوجيا الواقع المعزز المستندة على البيئة، كون هذه الطريقة تحتاج إلى بيئة مناسبة تحتوي على العلامات المميزة، بالإضافة إلى حاجتها إلى أجهزة ذات مواصفات مرتفعة في الكاميرا (المثبت البصري، مستشعر العمق، فتحة العدسة) ومتطلبات إضافية، مثل: توفر خدمة الإنترنت بسرعة مرتفعة في الخارج وحاجة التطبيق إلى وقت طويل والتي قد يصعب على إدارة المدرسة أو المعلمين توفير هذه المتطلبات.

الدراسات السابقة وفروض البحث:

هدفت دراسة **رشا صبرى (٢٠١٢)** إلى تقصى أثر برنامج مقترح في هندسة (الفراكتال) باستخدام السبورة التفاعلية في مهارات الحسّ المكاني ومهارات استخدام السبورة التفاعلية لدى طلاب الدراسات العليا، بكليات التربية في مصر، واتبعت الباحثة منهج بحث المجموعة الواحدة من خلال (التطبيق القبلي والبعدي) على عينة الدراسة المكونة من (٣٢) طالباً وطالبة، وقد استخدمت الباحثة اختبار تحصيلي في هندسة (الفراكتال) واختبار لقياس مهارات الحسّ المكاني وبطاقة ملاحظة لقياس مدى تمكن الطلبة من مهارات استخدام السبورة التفاعلية، وقد توصلت الدراسة إلى وجود أثر إيجابي للبرنامج المقترح في هندسة (الفراكتال) باستخدام السبورة التفاعلية في التحصيل ومهارات الحسّ المكاني ومهارات استخدام السبورة التفاعلية لصالح القياس البعدي:

وهدفت دراسة **عبد الرحمن خافض (٢٠١٣)** إلى تقصى فاعلية استخدام المدخل البصري بمساعدة الحاسوب في تدريس الرياضيات، لتنمية الحسّ المكاني والذكاء المنطقي الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية في مصر، واتبع الباحث المنهج شبه التجريبي، وقد تكونت عينة الدراسة من (٩٠) تلميذة من تلميذات الصف الثاني الإعدادي، وتمّ تقسيم العينة إلى مجموعتين، إحداهما: تجريبية بلغ عددها (٤٦) تلميذة، درسن باستخدام المدخل البصري بمساعدة الحاسوب، والأخرى: ضابطة بلغ عددها (٤٤) تلميذة، درسن بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدم الباحث اختبار الحسّ المكاني واختبار الذكاء المنطقي الرياضي، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام المدخل البصري بمساعدة الحاسوب في تنمية الحسّ المكاني والذكاء المنطقي الرياضي لدى تلميذات المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **وليد محمد (٢٠١٥)** إلى تقصى فاعلية استخدام تطبيق برنامج جيوجبرا (Geogebra) في تنمية مهارات الحسّ المكاني والتفكير الهندسي، لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي في مصر، واتبع الباحث المنهج شبه التجريبي، وقد تكونت عينة الدراسة من (٦٢) تلميذاً وتلميذة، وتمّ تقسيم العينة إلى مجموعتين بالتساوي، إحداهما: مجموعة تجريبية درست وحدة الهندسة والقياس باستخدام تطبيق الهندسة التفاعلية (جيوجبرا) والأخرى: ضابطة درست نفس المحتوى بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدم الباحث اختبار الحسّ المكاني واختبار مستويات التفكير الهندسي واختبار

التحصيل الدراسي، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام تطبيق الهندسة التفاعلية (جيوجبرا) في تنمية مهارات الحسّ المكاني والتفكير الهندسي والتحصيل لدى طلبة المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **سهيل صالحة وعدنان العابد (٢٠١٢)** إلى تقصي أثر برنامج تعليمي المدعم بالتأثيرات الضوئية، لتنمية القدرة المكانية وحلّ المسألة الرياضية لدى تلاميذ الصف السابع الأساسي في فلسطين، واتبع الباحثان المنهج شبه التجريبي، وقد تكونت عينة الدراسة من (٦٧) تلميذاً من تلاميذ الصف السابع الأساسي، وتمّ تقسيم العينة إلى مجموعتين، إحداهما: تجريبية بلغ عددها (٣٥) تلميذاً، درست باستخدام البرنامج التعليمي المدعم بالتأثيرات الضوئية، والأخرى: ضابطة بلغ عددها (٣٢) تلميذاً، درست بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدم الباحثان اختباراً: القدرة المكانية وحلّ المسألة الرياضية، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام البرنامج التعليمي المدعم بالتأثيرات الضوئية، في تنمية القدرة المكانية وحلّ المسألة الرياضية لدى تلاميذ المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **شيماء أحمد (٢٠١٨)** إلى تقصي أثر اختلاف زاوية الرؤية ببيئة الواقع المعزّز في تنمية المفاهيم الرياضية والتخيل البصري المكاني لدى رياض الأطفال في مصر، واتبعت الباحثة المنهج شبه التجريبي، وقد تكونت عينة الدراسة من (٩٠) طفلاً، وتمّ تقسيم العينة إلى ثلاث مجموعات، وقد توصلت الدراسة إلى أن زاوية الرؤية المائلة ببيئة الواقع المعزّز هي الأكثر تأثيراً في تنمية المفاهيم الرياضية لدى رياض الأطفال، بينما زاوية الرؤية من أعلى هي الأكثر تأثيراً في تنمية مهارات التخيل البصري المكاني:

فروض البحث:

من خلال العرض والتحليل لما تم عرضه من الدراسات السابقة ، وجد اتفاق بينها على فاعلية استخدام التطبيقات الرقمية في تنمية الحسّ المكاني أو بعض مظاهرها كما في دراسة عبد الرحمن خافض (٢٠١٣)، وليد محمد (٢٠١٥)، ورشا محمد (٢٠١٧)، وشيماء أحمد (٢٠١٨)، وسهيل صالحة وعدنان العابد (٢٠١٢).

وبناءً على ذلك، يُمكن صياغة الفروض الآتية:

الفرض الأول: " توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات درجات تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي والمجموعة التجريبية الثانية التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز والضابطة التي درست بالطريقة الاعتيادية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الحسّ المكاني ككل وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة".

الفرض الثاني: "يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي، ومستوى نسبة الكسب (1) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة لصالح درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى".

الفرض الثالث: "يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز، ومستوى نسبة الكسب (1) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة لصالح درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية".

إجراءات البحث:

للإجابة عن السؤال الأول، ونصه: ما التصور المقترح للبرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) في تنمية مهارات الحسّ المكاني، لتلاميذ الصف السادس الأساسي في فلسطين؟

تم القيام بالإجراءات الآتية:

1. الرجوع إلى الأدبيات والدراسات السابقة، وذلك بهدف تحديد ما يأتي:
 - أسس البرنامج والمتمثلة به: خصائص تلاميذ الصف السادس الأساسي وأهداف هذه المرحلة، ومبادئ واستنتاجات النمذجة الرياضية.
 - تحديد مكونات البرنامج من حيث: أهدافه (العامة والخاصة)، محتواه (وحدتي: النسبة المئوية والهندسة والقياس)، الأنشطة التعليمية، الوسائط والوسائل التعليمية، أساليب التقويم.
 - صياغة البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) لتنمية مهارات الحسّ المكاني لتلاميذ الصف السادس الأساسي في صورته المبدئية وقد تضمن:
 - كتاب التلميذ القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي، وهو مخصص للتلاميذ الذين يتعلمون بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلي (جيوجبرا Geogebra).
 - كتاب التلميذ القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز، وهو مخصص للتلاميذ الذين يتعلمون بواسطة تطبيقات الواقع المعزّز (HP Reval).
 - دليل المعلم لتطبيق البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز).

- مجموعة من النماذج الرقمية التي تعمل بواسطة تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز)، وتمثل المرحلة الثانية من مراحل النمذجة الرياضية (البيئة الرقمية)، وتمّ تصميمها بصورة تحاكي ما ورد في كتاب التلميذ من نماذج حياتية (حقيقية)، ويستطيع التلاميذ الوصول إليها عن طريق: استخدام التطبيقات بشكل مباشر عبر الإنترنت (Online Application) أو استخدام التطبيقات غير المتصلة بالإنترنت (Offline Application).

٢. ضبط البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) عن طريق ما يأتي:

- عرض البرنامج في صورته الأولية على مجموعة متخصصين من أساتذة مناهج وطرق تدريس الرياضيات، ومتخصصي الرياضيات والحاسوب، وخبراء ومعلمي الرياضيات ومشرفيها، بلغ عددهم (١١) محكماً، لتحديد مدى ملاءمة البرنامج لتلاميذ الصف السادس الأساسي من حيث: طريقة العرض وتسلسل النماذج ووضوح الأفكار ومستوى اللغة وجدوى الأنشطة؛ لتحقيق أهداف هذا البرنامج، وتركزت التعديلات على إضافة بعض الإرشادات للتلاميذ لاستخدام النماذج الرقمية، وتعديل بعض الأشكال الواردة لتتوافق مع محتوى الدرس، وتعديل بعض الصياغات والتعبير اللغوية والرياضية، وتمّ التعديل اللازم في ضوء آرائهم ومقترحاتهم.

- تجريب البرنامج على مجموعة من تلاميذ الصف السادس الأساسي بلغت (١٥) تلميذاً كمجموعة أولية (استطلاعية) لجمع الملاحظات والآراء لتعديلها، وتمّ تدريسها وفقاً للبرنامج في (٨) حصص على مدار أسبوعين، وقد لوحظ تجاوب التلاميذ مع مراحل البرنامج، وخلال التدريس ظهرت بعض المشكلات المتعلقة بالتطبيقات، مثل: تداخل بعض النماذج في الواقع المعزّز، وعدم تعرف كاميرا الأجهزة الذكية لبعض العلامات المتضمنة بالبرنامج، وقد قام الباحثون بإجراء التعديلات اللازمة من خلال إضافة ترميز خاص لكل نموذج لتميزه عن النماذج الأخرى، وبعد قيام الباحثون بالتعديلات أصبح البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) صالحاً للتطبيق.

للإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث، ونصه: " ما فاعلية البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) في تنمية مهارات الحسّ المكاني لدى تلاميذ الصف السادس الأساسي، بمادة الرياضيات في فلسطين؟".

تم القيام بما يأتي:

أولاً: إعداد أداة البحث وهو اختبار مهارات الحسّ المكاني، وذلك وفق الآتي:

وصف اختبار مهارات الحسّ المكاني:

قام الباحثون بإعداد اختبار مهارات الحسّ المكاني، وقد شمل الاختبار المهارات الآتية: (٦) مفردات لمهارة إدراك صورة خلفية (٦) مفردات لإدراك ثبات الشكل و(٦) مفردات للتمييز البصري و(٧) مفردات لإدراك الأشكال والنماذج الهندسية و(٥) مفردات لإدراك العلاقات الهندسية و(٥) مفردات للإنشاءات الهندسية، بمجموع كلي (٣٥) فقرة، شمل أسئلة: اختيار من متعدد (٣٠) فقرة، وأسئلة مقالية (٥) فقرات، وقد اعتمد الباحثون في كتابة فقرات الاختبار، على محتوى وحدتي: (النسبة المئوية والقياس والهندسة) في كتاب الرياضيات، الذي يُدرس في المدارس الحكومية التابعة لوزارة التربية والتعليم، للعام الدراسي ٢٠١٨-٢٠١٩م.

ضبط الاختبار:

أولاً: صدق المحكمين (الصدق الظاهري للاختبار):

تمّ التحقق من صدق اختبار مهارات الحسّ المكاني، من خلال عرضه على مجموعة من المحكمين، ضمت مجموعة من المتخصصين في مناهج وطرق تدريس الرياضيات، بلغ عددهم (١١) محكماً، وطلب منهم إبداء آرائهم ومقترحاتهم حول التأكد من مدى مناسبة موضوع فقرات الاختبار لما أعدت لقياسه فعلاً، واما إذا كان الاختبار يحقق الأهداف المرجوة، وقد تمّ جمع الملاحظات وتعديل الاختبار بناءً عليها.

ثانياً: التجربة الاستطلاعية للاختبار:

قام الباحثون بتطبيق الاختبار على عينة استطلاعية تكونت من (٩٢) تلميذاً من تلاميذ المرحلة الأساسية الذين أتموا دراسة محتوى وحدتي (النسبة المئوية، الهندسة والقياس) وذلك لمعرفة ما يأتي:

- ثبات درجات اختبار مهارات الحسّ المكاني:

تمّ التحقق من ثبات الاستبانة، من خلال حساب معادلة (ألفا كرونباخ) بواسطة برنامج الرزمة الإحصائية للعلوم الاجتماعية (SPSS) وبلغت قيمة معامل الثبات لفقرات الاختبار (٠,٩٢) وهي قيمة مقبولة تربوياً لأغراض البحث (صلاح الدين علام، ٢٠١٥).

- معاملات الصعوبة لاختبار مهارات الحسّ المكاني:

قام الباحثون بحساب معاملات الصعوبة لفقرات الاختبار، وقد تراوحت معاملات الصعوبة بين (٠,٢٥-٠,٧٥) وهي متفقة مع معاملات الصعوبة المقبولة تربوياً (صلاح الدين علام، ٢٠١٥).

- معاملات التمييز لاختبار مهارات الحسّ المكاني:

قام الباحثون بحساب معاملات التمييز لفقرات الاختبار، وقد تراوحت بين (٠,٣٧-٠,٧٥) وهي متفقة مع القيم المقبولة تربوياً (صلاح الدين علام، ٢٠١٥).

- صدق الاتساق الداخلي:

تمّ التحقق من صدق الاتساق الداخلي للاختبار بتطبيقه على عينة استطلاعية مكونة من (٩٢) تلميذاً من خارج أفراد عينة البحث، وتمّ حساب معامل ارتباط (بيرسون) بين درجات كل مفردة من مفردات الاختبار والدرجة الكلية للمكون الذي تنتمي إليه، وبين كل مهارة من مهارات الحسّ المكاني بعضها ببعض والدرجة الكلية للاختبار، وذلك باستخدام برنامج SPSS والجدولان التاليان (١) و (٢) يوضحان ذلك:

جدول (١)

معاملات الارتباط بين كل مفردة من مفردات اختبار مهارات الحسّ المكاني والدرجة الكلية للمجال الذي تنتمي إليه

الإنشآت الهندسية		التمييز البصري		إدراك ثبات الشكل		إدراك العلاقات الهندسية		الأشكال والنماذج الهندسية		إدراك صورة خلفية	
معامل الارتباط	رقم	معامل الارتباط	رقم	معامل الارتباط	رقم	معامل الارتباط	رقم	معامل الارتباط	رقم	معامل الارتباط	رقم
**٠,٩٠	أ-٢	**٠,٥٨	٢٥	**٠,٦٨	١٩	**٠,٥٦	١٤	**٠,٥٩	٧	**٠,٦٦	١
**٠,٨٦	ب-٢	**٠,٦١	٢٦	**٠,٥٧	٢٠	**٠,٥٩	١٥	**٠,٥٤	٨	**٠,٤٥	٢
**٠,٩٠	ج-٢	**٠,٦٦	٢٧	**٠,٥٦	٢١	**٠,٦٢	١٦	**٠,٥٨	٩	**٠,٦١	٣
**٠,٨٤	أ-٣	**٠,٦١	٢٨	**٠,٧٤	٢٢	**٠,٥٥	١٧	**٠,٤١	١٠	**٠,٥١	٤
**٠,٨٠	ب-٣	**٠,٦٠	٢٩	**٠,٦٨	٢٣	**٠,٦١	١٨	**٠,٥٤	١١	**٠,٦٣	٥
		**٠,٥٤	٣٠	*٠,٢٩	٢٤			**٠,٦٠	١٢	**٠,٦٢	٦
								**٠,٦١	١٣		

**دالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=٠,٠١$)

يتضح من الجدول السابق وجود معاملات ارتباط موجبة ودالة إحصائية مما يشير إلى صدق الاتساق الداخلي بين كل مفردة من مفردات اختبار مهارات الحسّ المكاني والدرجة الكلية للمجال الذي تنتمي إليه.

جدول (٢)

معاملات ارتباط بين كل مهارة من مهارات الحسّ المكاني بعضها ببعض والدرجة الكلية للاختبار

الدرجة الكلية	الإنشآت الهندسية	التمييز البصري	إدراك ثبات الشكل	إدراك العلاقات الهندسية	الأشكال والنماذج الهندسية	إدراك صورة خلفية	المكونات
**٠,٧٤٤	**٠,٦١٢	**٠,٦٠٥	**٠,٤١٥	**٠,٤٢٦	**٠,٦٠٦		إدراك صورة خلفية
**٠,٨٥٠	**٠,٧٣٧	**٠,٥٨٦	**٠,٤٨٩	**٠,٥٥٧			الأشكال والنماذج الهندسية
**٠,٧٣٤	**٠,٦١٠	**٠,٤٧٣	**٠,٥٢٦				إدراك العلاقات الهندسية
**٠,٦٦٨	**٠,٤٣٥	**٠,٦٥٣					إدراك ثبات الشكل
**٠,٧٤٠	**٠,٥٢٣						التمييز البصري
**٠,٩١٤							الإنشآت الهندسية
							الدرجة الكلية

**دالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=٠,٠١$)

يتضح من الجدول السابق وجود معاملات ارتباط موجبة ودالة إحصائية مما يشير إلى صدق الاتساق الداخلي بين كل مهارة من مهارات الحسّ المكاني بعضها ببعض والدرجة الكلية للاختبار. وبعد التأكد من صدق وثبات الاختبار وحساب معاملات الصعوبة والتمييز، أصبح الاختبار في صورته النهائية صالحاً للتطبيق.

ثانياً: إجراءات تطبيق تجربة البحث الميدانية:

منهج البحث وتصميمه:

استخدم المنهج شبه التجريبي، بالتصميم التجريبي؛ لاستقصاء فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) في تنمية مهارات الحسّ المكاني لدى تلاميذ الصف السادس الأساسي في فلسطين، ويتضمن هذا المنهج استخدام التجربة الميدانية، والتي تتطلب ثلاث مجموعات هي:

١. المجموعة التجريبية الأولى: مكونة من تلاميذ الصف السادس الأساسي، الذين درسوا بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي).
٢. المجموعة التجريبية الثانية: مكونة من تلاميذ الصف السادس الأساسي، الذين درسوا بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الواقع المعزّز).
٣. المجموعة الضابطة: مكونة من تلاميذ الصف السادس الأساسي، الذين درسوا مادة الرياضيات باستخدام الطريقة الاعتيادية.

ويوضح الجدول التالي (٣) التصميم التجريبي للبحث:

جدول (٣)

التصميم التجريبي للبحث

المجموعات	التطبيق القبلي	المعالجة	التطبيق البعدي
المجموعة التجريبية الأولى	● اختبار مهارات الحسّ المكاني	برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي)	● اختبار مهارات الحسّ المكاني
المجموعة التجريبية الثانية		برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي)	
المجموعة الضابطة		الطريقة الاعتيادية	

ثانياً: اختيار عينة البحث والمكونة من (١١٢) تلميذاً من تلاميذ الصف السادس الأساسي، وتقسيمهم إلى ثلاثة مجموعات، الأولى: تجريبية بلغ عددها (٣٧) تلميذاً درست باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلي، والثانية: تجريبية بلغ عددها (٣٧) تلميذاً

درست باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلي، والثالثة: ضابطة بلغ عددها (٣٨) تلميذاً درست بالطريقة الاعتيادية.

ثالثاً: تم تطبيق اختبار مهارات الحسّ المكاني، على ثلاث مجموعات البحث قبل بدء التجربة، ومن ثم القيام بتصحيح الاستجابات وتفريغها، وذلك بهدف المقارنة وتحديد الفروق بين المجموعات الثلاثة، وقد أظهرت النتائج عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (٠,٠٥) بين متوسطات مجموعات البحث في التطبيق القبلي لاختبار مهارات الحسّ المكاني، وهذا يدل على تكافؤ ثلاث المجموعات في مهارات الحسّ المكاني قبل بدء تطبيق البحث.

رابعاً: تدريس موضوعي: (النسبة المئوية والهندسة والقياس) في كتاب الرياضيات المقرر على تلاميذ الصف السادس الأساسي باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلي للمجموعة التجريبية الأولى، وباستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الواقع المعزّز للمجموعة التجريبية الثانية، وبالطريقة الاعتيادية للمجموعة الثالثة وذلك في الفترة ما بين ٢٠١٩/٢/٥م إلى ٢٠١٩/٥/٥م.

خامساً: تطبيق أداة البحث المتمثلة به: اختبار مهارات الحسّ المكاني على مجموعات البحث تطبيقاً بعدياً.

سادساً: إجراء المعالجات الإحصائية المناسبة وتحليل النتائج وتفسيرها ومناقشتها.

سابعاً: تقديم التوصيات والمقترحات في ضوء ما أسفر عنه البحث من نتائج.

نتائج البحث:

١. اختبار صحة الفرضية الأولى:

تنص الفرضية الرابعة على أنه: " لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) بين متوسطات درجات تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى، التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي، والمجموعة التجريبية الثانية التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز، والضابطة التي درست بالطريقة الاعتيادية، في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراتها الفرعية كلّ على حدة".

ولاختبار الفرضية تم استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، وحساب قيمة (F) ودلالاتها الإحصائية، لدرجات تلاميذ ثلاث المجموعات، وكانت النتائج كما في الجدول (٤) الآتي:

جدول (٤)

المتوسّطات الحسابية والاحترافات المعيارية لدرجات التلاميذ في اختبار مهارات الحسّ المكانيّ البعديّ ككل،
وفي كلّ مهارة من مهاراتها الفرعية كلّ على حدة، تبعاً لمجموعات البحث الثلاث

1.05836	3.8649	٣٧	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	إدراك صورة - خلفية
1.04479	4.2703	٣٧	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	
1.02077	2.6579	٣٨	الاعتيادية	
1.79840	4.6486	٣٧	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	إدراك الأشكال والنماذج الهندسية
1.36999	4.8919	٣٧	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	
1.67824	3.3158	٣٨	الاعتيادية	
1.27696	3.6216	٣٧	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	العلاقات الهندسية
1.23330	3.9189	٣٧	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	
1.20336	2.1053	٣٨	الاعتيادية	
1.48314	4.5405	٣٧	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	ثبات الشكل
1.74587	4.7027	٣٧	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	
1.43047	2.8158	٣٨	الاعتيادية	
1.56059	5.1892	٣٧	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	تمييز بصري
1.79254	4.8108	٣٧	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	
1.76278	3.0263	٣٨	الاعتيادية	
3.69948	8.3784	٣٧	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	الإنشاءات الهندسية
4.00975	7.2432	٣٧	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	
3.41332	5.6053	٣٨	الاعتيادية	

8.35798	30.2432	٣٧	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	الاختبار كاملاً
8.19388	29.8378	٣٧	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	
8.20592	19.5263	٣٨	الاعتيادية	

ولبيان دلالة الفروق الإحصائية بين المتوسطات الحسابية، تمّ استخدام تحليل التباين الأحادي (ANOVA) وكانت النتائج كما في الجدول (٥) الآتي:

جدول (٥)

نتائج تحليل التباين الأحادي (ANOVA) لدرجات تلاميذ الصف السادس الأساسي، في اختبار مهارات الحسّ المكاني البعدي ككل، وفي كلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة، تبعاً لمجموعات البحث الثلاثة

حجم التأثير ^١ (مربع إيتا)	الدلالة (٠,٠١)	قيمة (F) المحسوبة	متوسط المربعات	درجات الحرية	مجموع المربعات	مصدر التباين	المهارات
0.309 كبير	دال	24.412	26.466	٢	52.933	بين المجموعات	إدراك صورة خلفية
			1.084	١٠٩	118.174	خلال المجموعات	
				١١١	171.107	المجموع	
0.158 كبير	دال	10.251	27.105	٢	54.209	بين المجموعات	إدراك الأشكال والنماذج الهندسية
			2.644	١٠٩	288.211	خلال المجموعات	
				١١١	342.420	المجموع	
0.298 كبير	دال	23.243	35.619	٢	71.238	بين المجموعات	العلاقات الهندسية
			1.532	١٠٩	167.038	خلال المجموعات	
				١١١	238.277	المجموع	

¹ أشار كوهين (Cohen, 1988) أن قيمة حجم الأثر (٠,٠١) تعني تأثير صغير، بينما تعني القيمة (٠,٠٦) حجم تأثير متوسط، في حين تعني القيمة (٠,١٤) فأكثر حجم تأثير كبير (حلمي الفيل، ٢٠١٨، ١٦٨).

المهارات	مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة (F) المحسوبة	الدلالة (0,01)	حجم التأثير (مربع إيتا)
ثبات الشكل	بين المجموعات	82.362	٢	41.181	16.962	دال	0.237 كبير
	خلال المجموعات	264.629	١٠٩	2.428			
	المجموع	346.991	١١١				
تمييز بصري	بين المجموعات	100.452	٢	50.226	17.198	دال	0.239 كبير
	خلال المجموعات	318.325	١٠٩	2.920			
	المجموع	418.777	١١١				
الإنشآت الهندسية	بين المجموعات	145.970	٢	72.985	5.294	دال	0,088 متوسط
	خلال المجموعات	1502.592	١٠٩	13.785			
	المجموع	1648.563	١١١				
الاختبار كاملاً	بين المجموعات	2778.608	٢	1389.304	20.400	دال	0,272 كبير
	خلال المجموعات	7423.312	١٠٩	68.104			
	المجموع	10201.92	١١١				

*دالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0,05$).

يتبين من الجدول السابق وجود فرق ذي دلالة إحصائية، حيث بلغت قيمة (F) ٢٠,٤ وبدلالة إحصائية ٠,٠٠٠٠١ بين متوسطات درجات تلاميذ ثلاث المجموعات في اختبار مهارات الحسّ المكاني البعدي ككل، وفي جميع مهاراته الفرعية تعزى إلى طريقة التدريس: بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام (الحاسوب التفاعلي)، وبرنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام (الواقع المعزّز) والاعتيادية، وبالتالي إلى رفض الفرضية الصفرية.

وتشير قيم حجم الأثر في الجدول السابق إلى أن البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي)، والبرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الواقع المعزّز)، كان لهما تأثير كبير في تنمية درجات التلاميذ باختبار مهارات الحسّ المكاني ككلّ ومهارة من مهاراتها الفرعية كلّ على حدة.

ولمعرفة الفرق بين ثلاث المجموعات؛ استخدم الباحثون اختبار (أقل فرق دال) للمقارنات البعدية (LSD Post Hoc) لقياس فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) على درجات التلاميذ في اختبار مهارات الحسّ المكاني البعدي ككل، وفي كلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة، كما في الجدول الآتي رقم (٦):

جدول (٦)

نتائج اختبار (أقل فرق دال) للمقارنات الثنائية البعدية (LSD Post Hoc) لأثر طرق التدريس: برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام (الحاسوب التفاعلي)، وبرنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الواقع المعزّز)، والطريقة الاعتيادية في درجات تلاميذ الصف السادس الأساسي بين ثلاث المجموعات في اختبار مهارات الحسّ المكاني البعدي:

المهارات	المجموعة (١)	المجموعة (٢)	فرق المتوسّطات (٢-١)	الدلالة
إدراك صورة - خلفية	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	-0.40541	غير دال
	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	الاعتيادية	1.20697	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	1.61238	دال
إدراك الأشكال و النماذج الهندسية	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	-0.24324	غير دال
	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	الاعتيادية	1.33286	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	1.57610	دال
العلاقات الهندسية	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	-0.29730	غير دال
	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	الاعتيادية	1.51636	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	1.81366	دال

المهارات	المجموعة (١)	المجموعة (٢)	فرق المتوسطات (٢-١)	الدلالة
ثبات الشكل	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	-0.16216	غير دال
	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	الاعتيادية	1.72475	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	1.88691	دال
تمييز بصري	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	٠.37838	غير دال
	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	الاعتيادية	2.16287	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	1.78450	دال
الإنشاءات الهندسية	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	1.13514	غير دال
	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	الاعتيادية	2.77312	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	1.63798	غير دال
الاختبار كاملاً	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	0.40541	غير دال
	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	الاعتيادية	10.71693	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	10.31152	دال

*دالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0,05$)

يتبين من الجدول السابق، عدم وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) في اختبار مهارات الحسّ المكاني البعدي ككل، وفي كلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) في اختبار مهارات الحسّ المكاني البعدي ككل، وفي كلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة، لصالح المجموعة التجريبية الأولى، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وفي كلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة، لصالح المجموعة التجريبية الثانية.

٢. اختبار صحة الفرضية الثانية:

تنص الفرضية الثانية على أنه: " لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) بين درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي، ومستوى نسبة الكسب (١) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل وكل مهارة من مهاراتها الفرعية كل على حدة".

وللتحقق من صحة الفرضية قام الباحثون بحساب نسبة الكسب باستخدام معادلة الكسب المعدل (لبلاك) لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى، حيث أشار (بلاك) إلى أنه يمكن اعتبار البرنامج فعالاً في تحقيق الأهداف إذا كان متوسط نسبة الكسب المعدل يقع ما بين ١ إلى 1.2، وكانت النتائج كما في الجدول رقم (٧) الآتي:

جدول (٧)

نسبة الكسب باستخدام معادلة الكسب المعدل (لبلاك) لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكل مهارة من مهاراته الفرعية كل على حدة

المهارات	المتوسط القبلي	المتوسط البعدي	النهاية العظمى للاختبار	نسبة الكسب
إدراك صورة - خلفية	١,٥١٣	٤,٧٨٣	٦	1.2707
الأشكال والنماذج الهندسية	١,٢٩٧	٥,٥١٣	٧	1.3433
العلاقات الهندسية	١,٢١٦	٤,٤٠٥	٥	1.4824
ثبات الشكل	١,٢٩٧	٥,٢٤٣	٦	1.5149
تمييز بصري	٢,٠٨١	٥,٠٢٧	٦	1.2423
الإنشاءات الهندسية	٣,٠٢٧	١٠,٩٤٥	١٥	1.2235
الاختبار ككل	١٠,٤٣٢	٣٥,٩١٨	٤٥	1.3191

ولبيان دلالة الفروق الإحصائية بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي، ومستوى نسبة الكسب (١) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكل مهارة من مهاراتها الفرعية كل على حدة، تمّ استخدام اختبار (ت) لعينة واحدة (One Sample t - Test) وكانت النتائج كما في الجدول رقم (٨) الآتي:

جدول (٨)

نتائج اختبار (One Sample t-test) لدلالة الفرق بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى ومستوى نسبة الكسب (١) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة

الدلالة (المستوى ٠,٠٥)	درجات الحرية	قيمة t	متوسط نسبة الكسب	المكونات
٠,٠٠٠١ دال	36	4.330	1.2707	إدراك صورة - خلفية
٠,٠٠٠١ دال	36	4.092	1.3433	إدراك الأشكال والنماذج الهندسية
٠,٠٠٠١ دال	36	7.568	1.4824	العلاقات الهندسية
٠,٠٠٠١ دال	36	8.291	1.5149	ثبات الشكل
٠,٠٢٤ دال	36	2.348	1.2423	تمييز بصري
٠,٠٠٠١ دال	٣٦	4.056	1.2235	الإنشاءات الهندسية
٠,٠٠٠١ دال	36	7.009	1.3191	الاختبار ككل

يتبين من الجدول السابق وجود فرق ذي دلالة إحصائية، بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي، ومستوى نسبة الكسب (١) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة، لصالح متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى، مما يدل على أن البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي له فاعلية في تنمية الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة.

٣. اختبار صحة الفرضية الثالثة:

تنص الفرضية الثالثة على أنه: "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) بين درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز، ومستوى نسبة الكسب (١) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة".

وللتحقق من صحة الفرضية قام الباحثون بحساب نسبة الكسب باستخدام معادلة الكسب المعدل (لبلاك) لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية، حيث أشار (بلاك) إلى أنه يمكن اعتبار البرنامج فعالاً في تحقيق الأهداف إذا كان متوسط نسبة الكسب المعدل يقع ما بين ١ إلى ١,٢، وكانت النتائج كما في الجدول رقم (٩) الآتي:

جدول (٩)

نسبة الكسب باستخدام معادلة الكسب المعدل (لبلاك) لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة

المهارات	المتوسط القبلي	المتوسط البعدي	النهاية العظمى للاختبار	نسبة الكسب
إدراك صورة - خلفية	١,٦٤٨	٥,١٨٩	٦	1.4077
إدراك الأشكال والنماذج الهندسية	١,٥٩٤	٥,٨١٠	٧	1.3870
العلاقات الهندسية	١,٤٨٦	٤,٥١٣	٥	1.4770
ثبات الشكل	١,٣٧٨	٥,٢٧٠	٦	1.4734
تمييز بصري	٢,٠٥٤	٤,٦٤٨	٦	1.0824
الإنشاءات الهندسية	٢,٨٩١	٩,٨٩١	١٥	1.0561
الاختبار ككل	١١,٠٥٤	٣٥,٣٢٤	٤٥	1.2669

ولبيان دلالة الفروق الإحصائية بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز، والمستوى (١) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كل على حدة، تمّ استخدام اختبار (ت) لعينة واحدة (One Sample t - Test) وكانت النتائج كما في الجدول رقم (١٠) الآتي:

جدول (١٠)

نتائج اختبار (One Sample t-test) لدلالة الفرق بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية، ومستوى نسبة الكسب (١) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة

المكونات	متوسط نسبة الكسب	قيمة t	درجات الحرية	الدلالة (المستوى ٠,٠٥)
إدراك صورة - خلفية	1.4077	6.652	36	٠,٠٠٠١ دال
إدراك الأشكال والنماذج الهندسية	1.3870	6.031	36	٠,٠٠٠١ دال
العلاقات الهندسية	1.4770	9.105	36	٠,٠٠٠١ دال
ثبات الشكل	1.4734	4.417	36	٠,٠٠٠١ دال
تمييز بصري	1.0824	.696٠	36	٠,٤٩١ غير دال
الإنشاءات الهندسية	1.0561	.749٠	٣٦	٠,٤٥٩ غير دال
الاختبار ككل	1.2669	5.796	36	٠,٠٠٠١ دال

يتبين من الجدول وجود فرق ذي دلالة إحصائية، بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية التي درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز، ومستوى نسبة الكسب (١) في اختبار مهارات الحسّ المكاني ككل، وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة، لصالح متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (باستثناء مهارة التمييز البصري، والإنشاءات الهندسية)، مما يدل على أن البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز له فاعلية في تنمية الحسّ المكاني ككل وكلّ مهارة من مهاراته الفرعية كلّ على حدة (باستثناء مهارتي: التمييز البصري والإنشاءات الهندسية).

وبالإجابة عن ثلاث الفرضيات السابقة، يكون الباحثون قد أجاب عن السؤال الثاني من أسئلة البحث ونصه: "ما فاعلية البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) في تنمية الحسّ المكاني لتلاميذ الصف السادس الأساسي في فلسطين؟".

ملخص نتائج البحث:

بينت نتائج اختبار الفرضيات الأولى والثانية والثالثة، وجود فاعلية للبرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) في تنمية مهارات الحسّ المكاني لدى تلاميذ الصف السادس الأساسي في فلسطين.

ويفسر الباحثون فاعلية البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) لوجود مزايا عديدة لاستخدام هذا البرنامج، منها:

استناده على البيئة الحقيقية المحيطة بالتلاميذ، وتقديمها لهم كنموذج لتعلم الرياضيات، مما ساهم في تنمية إدراك التلاميذ لبيئتهم بتفاصيلها وما تحتويها من أشياء وعلاقات وحقائق يمكن تفسيرها في ضوء ما تعلموه في مادة الرياضيات، في حين أن ذاكرتهم لا توفر لهم ذلك، مما ساعد على تنمية حسّهم الرياضى وخاصة المكانى منه، وهذا يتفق مع ما طرحه فريد أبوزينة (٢٠١٧، ٣٠٢) بأن النماذج والنمذجة تساهم في تمكّن التلاميذ من رؤية جميع حقائق الموقف الرياضى وعلاقاته، مما يساعدهم إلى الوصول للجواب بسرعة، وخاصة في المواقف ذات الأبعاد الثلاثة.

ولعلّ دمج التطبيقات التكنولوجية بشقيها: (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) فى مراحل النمذجة الرياضية، قد أضاف بعداً جديداً للتعلم من خلال استحداث النموذج الرقمى، كمرحلة تتوسط النموذجين الحقيقى والرياضى، مما عزّز قدرة التلاميذ على الربط واستنتاج العلاقة بين الواقع الحقيقى (النموذج الحقيقى) والبيئة الرياضية (النموذج الرياضى)، وهذا يتفق مع ما طرحه نبيل عزمى (٢٠١٥، ١٣) بأن تطبيقات الحاسوب يمكنها دعم العديد من أنماط التفاعل التى تحصل فى البيئة الطبيعية، وأنه كلما كانت درجة التفاعل عالية فى تطبيقات الحاسوب كانت مواقف التعلم أكثر واقعية ومصداقية. ويتفق كذلك ما طرحه كل من: إبراهيم الفار وأمير شاهين (٢٠١٨، ٩٠) بأن تطبيقات الواقع المعزّز تضيف بعداً جديداً للتعليم وتزيد من فاعليته.

ويعتقد الباحثون أيضاً أن استخدام التطبيقات التكنولوجية بشقيها: (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) قد وفرت الكثير من الجهود المبذولة لاكتساب التلاميذ المعرفة والمهارات الأساسية للتعلم، مقارنة مع الطرق الاعتيادية المتبعة حالياً فى تدريس الرياضيات، حيث أنها تتميز بقدرتها على عرض النماذج الرياضية بصورة واضحة وتفصيلية، والذى انعكس على تمكّن التلاميذ من معالجة المواقف الحقيقية وحلّها فى وقت زمنى قصير، وبجهد أقل، مما يثرى من تعلمه، ويرسخ المعلومات فى ذهنه، ويخفف عنه عبء الدراسة، وهذا يتفق مع ما طرحه حسن مهدى (٢٠١٨، ٣١-٣٢) بأن استخدام التكنولوجيا من خلال تطبيقاته الواسعة والمتقدمة، يوفر الكثير من تكلفة التعلم وجهده ووقته بالإضافة إلى إتاحة المجال لنقل الخبرات والتجارب الواقعية للاستفادة منها فى تحقيق التعلم.

وللأسباب السابقة، فإن البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) قد ساهم فى تنمية درجات التلاميذ فى اختبار مهارات الحسّ المكانى: وتتفق النتيجة مع نتائج دراسة عبد الرحمن خافض (٢٠١٣) ودراسة وليد محمد (٢٠١٥) فى قدرة التطبيقات الرقمية على تنمية مهارات الحسّ المكانى لدى التلاميذ.

توصيات البحث:

على ضوء ما تمّ التوصل إليه من نتائج، يوصى الباحثون بما يأتي:

1. الاهتمام بالنمذجة الرياضية كأحد أشكال الرياضيات التطبيقية، من حيث تضمينها بالمنهاج الدراسية للمراحل المختلفة، كبرنامج متكامل أو وحدة دراسية أو أنشطة تعليمية تعليمية.
2. الاهتمام بمهارات الحسّ المكاني كإحدى أهم المتغيرات الواجب مراعاتها فى بناء المناهج الدراسية، بالإضافة إلى تطوير أدوات القياس المناسبة لها.
3. الاهتمام بتوظيف التطبيقات الرقمية (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) فى مراحل النمذجة الرياضية، وتطوير نماذج جديدة لها.
4. دمج عدة تطبيقات رقمية فى المناهج الدراسية ، وخاصة تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز).
5. التنسيق مع الخبراء من تكنولوجيين ومهندسين ومع المؤسسات التى تهتم بالتعليم الذكى لتطوير تطبيقات حاسوبية حديثة، يمكن استخدامها داخل الصفوف الدراسية وخارجها.
6. تشجيع المعلمين على توظيف تطبيقات الحاسوب التفاعلي والواقع المعزّز فى تدريس الرياضيات، من خلال عقد دورات تدريبية تهدف إلى توضيح آلية عملها واستخدامها وطريقة توظيفها داخل الفصول الدراسية وخارجها.
7. دعوة الباحثون للاهتمام بالتطبيقات الأكثر حداثة للواقع المعزّز، والتى تدعم مستوى أعلى من التفاعلية والواقعية مثل تطبيقات AR CORE.
8. الاستفادة من البرنامج الذى أعدّه الباحثون والقيام بتطويره؛ ليتناسب مع المراحل الدراسية المختلفة والأدوات التكنولوجية الحديثة الأخرى.

مقترحات البحث:

- بناءً على النتائج التى تمّ التوصل إليها، يمكن تقديم بعض المقترحات، لإجراء البحوث الآتية:
1. فاعلية برنامج قائم على الحسّ المكاني باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي - الواقع المعزّز) فى تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الأساسية.
 2. فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية، فى تنمية مهارات القوة الرياضية، والتواصل الرياضى، لدى تلاميذ المرحلة الأساسية.

٣. فاعلية برنامج قائم على تطبيقات الرياضيات التفاعلية، فى تنمية مهارات الحسّ المكانى لدى تلاميذ المرحلة الأساسية.

٤. فاعلية برنامج قائم على تطبيقات الواقع المعزّز، فى تنمية مهارات الحسّ المكانى لدى تلاميذ المرحلة الأساسية.

مصادر ومراجع البحث

أولاً: المصادر:

- القرآن الكريم

ثانياً: المراجع العربية:

- إبراهيم الفار وأمير شاهين (٢٠١٨). الواقع المعزّز (المدهش). طنطا، مصر: الدلتا لتكنولوجيا الحاسبات.

- أحمد درويش ورجاء عبدالعليم (٢٠١٧). المستحدثات التكنولوجية والتجديد التربوى: القاهرة، مصر: دار الفكر العربى:

- الأونروا (٢٠١٥). برنامج تطوير المعلمين القائم على المدرسة: تحويل ممارسات تعليم الرياضيات وتعلمها. متاح على الرابط <https://www.unrwa.org/sites/default/files/math-arabic-m4.pdf>.

- أمينة ابراهيم عساف (٢٠١٥). استخدام الموديولات ثلاثية الأبعاد القائمة على القطاع الذهبى فى تنمية الحسّ المكانى والعلاقات الهندسية لدى طفل الروضة. مجلة كلية التربية جامعة طنطا، ١(٥٧)، ٢٦٣-٢٩٤.

- تهانى الفهد (٢٠١٨). فاعلية استخدام تقنية الواقع المعزّز Augmented Reality فى تنمية الاستيعاب المفاهيمى لدى طالبات الصف الثانى ثانوى فى مادة الفيزياء بمدينة الرياض. مجلة الجمعية العربية للقراءة والمعرفة، العدد ٢٠٥، ٣٩-٨٢.

- جمعية الاتصال والتكنولوجيا التربوية (٢٠١٥). الدليل الشامل للبحث والتطوير فى تكنولوجيا التعليم. (ترجمة نبيل جاد عزمي)، الجيزة، مصر: يسطرون للطباعة والنشر (تاريخ النشر الأسمى ٢٠١٤).

- حسن عوض الجندى (٢٠١٤). منهج الرياضيات المعاصر محتواه وأساليب تدريسه. القاهرة، مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.

- جودى دوفى وجين ماكديونالد(٢٠١٨). التعليم والتعلم باستخدام التكنولوجيا. (ترجمة يوسف محمود عاروري). طبعة الأولى، عمان، الأردن: دار الفكر (تاريخ النشر الأصلي ٢٠١٥).
- حسن ربحى مهدي (٢٠١٨). التعلم الإلكتروني نحو عالم رقمي: عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.
- حسن سليمان سليمان (٢٠١٥). فاعلية برنامج قائم على النظرية البنائية فى تنمية التفكير والإستيعاب المفاهيمي فى الرياضيات لدى طلاب الصف الثانى ثانوى: رسالة دكتوراه (غير منشورة)، كلية الدراسات العليا للتربية، جامعة القاهرة.
- حلمى الفيل(٢٠١٨). التحليل الإحصائى للبيانات باستخدام SPSS التنظير والتطبيق والتفسير. الطبعة الأولى، الإسكندرية، مصر: مكتبة الوفاء القانونية.
- خالد محمد أبولوم (٢٠٠٧). الهندسة - طرق وإستراتيجيات تدريسها. الطبعة الثانية، عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.
- خالد يوسف ومصطفى صوفي(٢٠١٨). تطوير محتوى تعليمى تفاعلى لزيادة الفاعلية التعليمية باستخدام الواقع المعزز مع التطبيق على مادة تك مطبوعات ذات قيمة. مجلة العمارة والفنون، ٢(١٢)، ١٠٣-١١٧.
- دلال استيتية وعمر سرحان (٢٠١٧). تكنولوجيا التعليم والتعلم الإلكتروني: إعادة للطبعة الأولى، عمان، الأردن: دار وائل للنشر.
- رشا السيد صبرى (٢٠١٢). فاعلية برنامج مقترح فى هندسة (الفراتال) باستخدام السبورة التفاعلية فى تنمية بعض مهارات الحسّ المكانى ومهارات استخدام السبورة التفاعلية فى تنمية بعض مهارات الحسّ المكانى ومهارات السبورة التفاعلية لدى طلاب الدراسات العليا بكليات التربية. الدراسات العربية فى التربية وعلم النفس (ASEP)، ٣ (٢٨)، ١١-٦٦.
- رفعت محمد المليجي (٢٠٠٩). طرق تعليم الرياضيات الإبداع والإمتاع. الطبعة الأولى، القاهرة: دار السحاب للنشر والتوزيع.
- رمضان رفعت سليمان (٢٠٠٧). الحس الهندسى فى المرحلة الابتدائية والإعدادية - ماهيته ومهارته ومداخل التنمية: دراسة تجريبية، بحث مقدّم إلى المؤتمر العلمى السابع بعنوان: الرياضيات للجميع، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، مصر، ١٠٠-١٤٦.

- رمضان مسعد بدوى (٢٠٠٧). تدريس الرياضيات الفعال من رياض الاطفال حتى الصف السادس الابتدائى (دليل للمعلمين والآباء ومخططى المناهج). الطبعة الأولى، عمان، الأردن: دار الفكر.
- رمضان مسعد بدوى (٢٠٠٨). تضمين التفكير الرياضى فى برامج الرياضيات المدرسية. عمان، الأردن: دار الفكر.
- رمضان مسعد البدوى (٢٠١٩). استراتيجيات فى تعليم وتقييم تعلم الرياضيات. الطبعة الثانية، الأردن: دار الفكر.
- زكريا جابر الحناوي(٢٠١١). فاعلية استخدام المدخل البصرى المكانى فى تنمية المفاهيم الهندسية والحسّ المكانى لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. مجلة كلية التربية بأسيوط، ٢٧(١)، ٣٨٩-٣٤٩.
- سامية جودة (٢٠١٠). فاعلية وحدة مقترحة فى الهندسة الفراغية قائمة على معايير تعليم الرياضيات فى تنمية بعض مهارات الحسّ المكانى لدى طلاب المرحلة الثانوية. مجلة تربويات الرياضيات، مجلد ١٣، ١٢٥-٢٨٧.
- سامية جودة (٢٠١٨). استخدام الواقع المعزّز فى تنمية مهارات حلّ المشكلات الحسابية والذكاء الانفعالى لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ذوى صعوبات تعلم الرياضيات بالمملكة العربية السعودية، مجلة دراسات عربية فى التربية وعلم النفس (ASEP)، عدد ٩٥، ٢٣-٥٢.
- سحر محمد سعد (٢٠١٥). الإدراك البصرى كمدخل لتنمية الحسّ المكانى لطفل ما قبل المدرسة. مجلة البحث العلمى فى التربية، العدد ١٦، ٣٨٤-٤٠٥.
- السيد عبدالحميد سليمان(٢٠٠٣). صعوبات التعلم تاريخها ومفهومها تشخيصها وعلاجها. الطبعة الثانية، القاهرة، مصر: دار الفكر العربى:
- شيماء أحمد (٢٠١٨). اختلاف زاوية الرؤية ببيئة الواقع المعزّز وأثرها فى تنمية المفاهيم الرياضية والتخيل البصرى المكانى لدى رياض الأطفال. رسالة ماجستير (غير منشورة)، كلية الدراسات العليا للتربية، جامعة القاهرة.
- صلاح الدين علام (٢٠١٥). القياس والتقييم التربوى والنفسى اساسياته وتطبيقاته وتوجهاته المعاصرة. الطبعة السادسة، القاهرة، مصر: دار الفكر العربى:

- عباس ناجي المشهداني (٢٠١٢). طرائق ونماذج تعليمية فى تدريس الرياضيات. عمان، الأردن: اليازورى للنشر والتوزيع.
- عبدالجواد بهوت (٢٠١٠). أثر استراتيجيتين للتعلم باستخدام الكمبيوتر متعدد الوسائط على تنمية الحسّ المكاني والتفكير الهندسى لدى متعلم المرحلة الإعدادية. مجلة تربويات الرياضيات، مجلد (١٣)، ١٠٤-١٩٤.
- عبدالرحمن خافض (٢٠١٣). فاعلية استخدام المدخل البصرى فى تدريس الرياضيات بمساعدة الحاسوب فى تنمية الذكاء المنطقى الرياضى والحسّ المكاني لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. رسالة دكتوراه (غير منشورة)، كلية الدراسات العليا للتربية، جامعة القاهرة.
- عبد الرحمن محمد أبو سارة وصلاح ياسين (٢٠١٨). أثر استخدام ثلاثة برامج حاسوبية على التحصيل الدراسى لطلبة الصف العاشر الأساسى فى الرياضيات فى مديرية قباطية (دراسة مقارنة). مجلة جامعة النجاح الوطنية للأبحاث (العلوم الانسانية)، ٣٢(٦)، ١٠٠٤-١٠٢٣.
- عبد الرحمن محمد صادق أبو سارة (٢٠١٦). أثر استخدام ثلاثة برامج حاسوبية على التحصيل الدراسى لطلبة الصف العاشر الأساسى فى الرياضيات ودافعيتهم نحو تعلمها فى مديرية قباطية (دراسة مقارنة). رسالة ماجستير (غير منشورة)، جامعة النجاح الوطنية، نابلس، فلسطين.
- عبدالعظيم صبري (٢٠١٦). استراتيجيات وطرق التدريس العامة والإلكترونية. القاهرة، مصر: المجموعة العربية للتدريب والنشر.
- عبدالله عطار وإحسان كنساره (٢٠١٥). الكائنات التعليمية وتكنولوجيا النانو. الرياض، السعودية: مكتبة الملك فهد الوطنية للنشر والتوزيع.
- عبدالواحد الكبيسى ونادية العاملى (٢٠١٨). برنامج الجيوجبرا وعادات العقل فى تدريس الرياضيات. عمان، الأردن: مركز دبيونو لتعليم التفكير.
- عدنان العابد وسهيل صالحة (٢٠١٤). أثر استخدام برمجية جيوجبرا GeoGebra فى حلّ المسألة الرياضية وفى القلق الرياضى لدى طلبة المرحلة الأساسية العليا. مجلة النجاح للأبحاث، جامعة النجاح الوطنية، ٢٨(١١)، ٢٤٧٣-٢٤٩٢.
- عيد أبو المعاطى (٢٠٠٩). تقويم المقررات الدراسية فى المرحلة الإعدادية. المركز القومى للبحوث التربوية والنفسية، القاهرة، جمهورية مصر العربية.

- فايز مراد مينا (٢٠٠٦). قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات. الطبعة الثالثة، القاهرة، مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.
- فريد أبوزينة (٢٠٠٧). الأعداد وتطبيقاتها الرياضية والحياتية. عمان، الأردن: دار المسيرة.
- فريد كامل أبوزينة (٢٠١٠). تطوير مناهج الرياضيات المدرسية وتعلمها. الطبعة الأولى، عمان، الأردن: دار وائل للنشر.
- فريد كامل أبوزينة (٢٠١٧). مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها. الطبعة الرابعة، عمان، الأردن: مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.
- فريد أبوزينة وعبدالله عابنة (٢٠١٠). مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الأولى. الطبعة الثانية، الأردن، دار المسيرة للنشر والتوزيع.
- محمد سيد عبدالعال (٢٠١٢). برنامج قائم على الأنشطة الواقعية لتنمية عمليات النمذجة الرياضية والميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. مجلة تربويات الرياضيات، ١٥ (٢)، ٣٨-٢.
- محمد عبدالفتاح سعيد (٢٠١٦). أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحلّ المشكلات الهندسية. مجلة تربويات الرياضيات، مجلد ١٩ (٧)، ٢٣٠-٢٦٢.
- محمد محمود الحيلة (٢٠٠٤). تكنولوجيا التعليم بين النظرية والتطبيق. الطبعة الرابعة، عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.
- محمد مصطفى العيسى (٢٠١٩). الألعاب والتفكير في الرياضيات. الطبعة الثالثة، عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.
- محمد ياسين و أمل الخصاونة (٢٠١٨). العلاقة بين تصورات معلمى الرياضيات للنمذجة الرياضية وكفاءتهم الذاتية فى مهارات النمذجة. مجلة جامعة القدس المفتوحة للأبحاث والدراسات التربوية والنفسية، المجلد ٨ (٢٣)، ١٢٢ - ١٤٠.
- منال عبدالرحمن الشبل (٢٠١٨). وحدات التعلم الرقمية وتنمية التفكير الابتكارى فى الرياضيات. الطبعة الأولى، عمان، الأردن: مركز ديونو لتعليم التفكير.
- مى فتحى أبوبكر (٢٠١٧). فاعلية تنوع الأنشطة ببرامج الكمبيوتر التعليمية فى تنمية الإدراك البصرى لدى الطلاب ذوى صعوبات التعلم. مجلة دراسات فى التعليم الجامعى، العدد ٣٦، ٣٢٧-٤٠٠.

- ناصر السيد عبيدة (٢٠٠٧). تنمية بعض مكونات الحسّ المكاني والاستدلال الهندسي باستخدام (الأوريجامي) لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. بحث مقدّم للمؤتمر العلمي السابع بعنوان: الرياضيات للجميع، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، جامعة عين شمس، مصر، ٢٧٨-٣١٥.
- نبيل جاد عزمي (٢٠١٥). **بيئات التعلم التفاعلية**. الطبعة الثانية، القاهرة، مصر: يسطرون للطباعة والنشر.
- نجلاء فارس وعبدالرؤوف إسماعيل (٢٠١٧). **التعليم الإلكتروني مستحدثات في النظرية والاستراتيجية**. الطبعة الأولى، القاهرة، مصر: عالم الكتب.
- هيثم عاطف حسن (٢٠١٨). **تكنولوجيا العالم الافتراضي والواقع المعزّز**. الطبعة الأولى، مدينة ٦ أكتوبر، مصر: المركز الأكاديمي العربي للنشر والتوزيع.
- هيفاء أحمد الحربي (٢٠١٨). **تقنية الواقع المعزّز للتعليم أفكار تطبيقية لمراكز التعلم**. الطبعة الأولى، السعودية: نور للنشر.
- وزارة التربية والتعليم (٢٠١٢). **نتائج ومؤشرات Timss 2011**. وزارة التربية والتعليم، رام الله، فلسطين.
- وزارة التربية والتعليم (٢٠١٦). **الإطار العام لمناهج الرياضيات في المرحلة الأساسية ١-١٠**. رام الله، فلسطين.
- وليد هلال محمد (٢٠١٥). **استخدام برمجيات الهندسة التفاعلية في تنمية بعض مهارات الحسّ المكاني ومستويات التفكير الهندسي لدى تلاميذ الصف الأول إعدادي: رسالة دكتوراة (غير منشورة)**، كلية التربية، جامعة المنوفية.
- وليم عبيد (٢٠٠٤). **تعليم الرياضيات لجميع الاطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير**، عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.
- ويليامز دينيس (٢٠١٧). **إرشادات أساسية لا غنى عنها لدراسة الواقع المعزّز**. (ترجمة أمل سليمان)، القاهرة، مصر: دار الفكر العربي.
- ياسر محمد زايد (٢٠١٧). **التعلم التشاركي القائم على الحاسوب**. القاهرة، مصر: دار السحاب للنشر والتوزيع.

ثالثاً: المراجع الأجنبية:

- Atlantic Canada Mathematics Curriculum Guide [ACMCG] (2004). Shape and Space, General Curriculum Grades 1-3, Available at:
- <http://plato.acadiau.ca/Courses/Educ/reid/Currguides/math-p.pdf>.
- Ang Keng, C. (2001). Teaching Mathematical Modeling in Singapore School. **The Mathematical Educator**, Singapore, 6(1), 63-75.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. **Educational studies in mathematics**, 22(1), 37-68.
- GeoGebra Institute (2013). **Introduction to GeoGebra version 4.4**. Retrieved 25/12/2019, from:
- <https://static.GeoGebra.org/book/intro-en.pdf>.
- Hansson, A. (2010). Instructional Responsibility in Mathematics Education: Modelling Classroom Teaching Using Swedish Data. **Education Stud Math**, 75,171-189.
- Kahn, P. & Kyle, J. (2002). **Effective Learning and Teaching Mathematics and Its Applications**. London, Kogan Page Limited.
- Larsen, Y., Bogner, F., Buchhoz, H., & Brosda, C.(2011). **Evaluation of a Portable and Interactive Augmented Reality Learning System By Teachers and Students, Open Classroom Conference Augmented Reality in Education**, Ellinogermamiki Agogi, Athens, Greece, 41-50.
- Lim-Teo, S. (1997).Compass Constructions a Vehicle or Promoting Relational Understanding and Higher Order Thinking Skills. **The Mathematics Educator**, 2(2), 138-147.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2000), **Principles and standards for school mathematics**, Reston, VA: NCTM.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, VA, Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).(2014). **Procedural Fluency in Mathematics (Position of NCTM)**. Retrieved 16/2/2019 From www.nctm.org > About NCTM> Position Statements.
- Nes, F. & Lange, J. (2007). Mathematics Education and Neurosciences: Relating Spatial Structures to the Development of Spatial Sense and Number Sense. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4(2), 210 – 229.
- Siller, H.S., & Greefrath, G. (2010). **Mathematical modelling in class regarding to technology**. In V. Durand- Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), Proceeding of the Sixty European Conference on Research on Mathematics Education (pp. 1150-1160). INRP. <http://www.inrp.fr/editions/cerme6>
- Yuen, S., Yaoyune, G. & Johnson, E. (2011). Augment reality: An Overview and Five Directions for AR in Education. **Journal of Educational Technology Development and Exchange**, 4(1), 119-140.